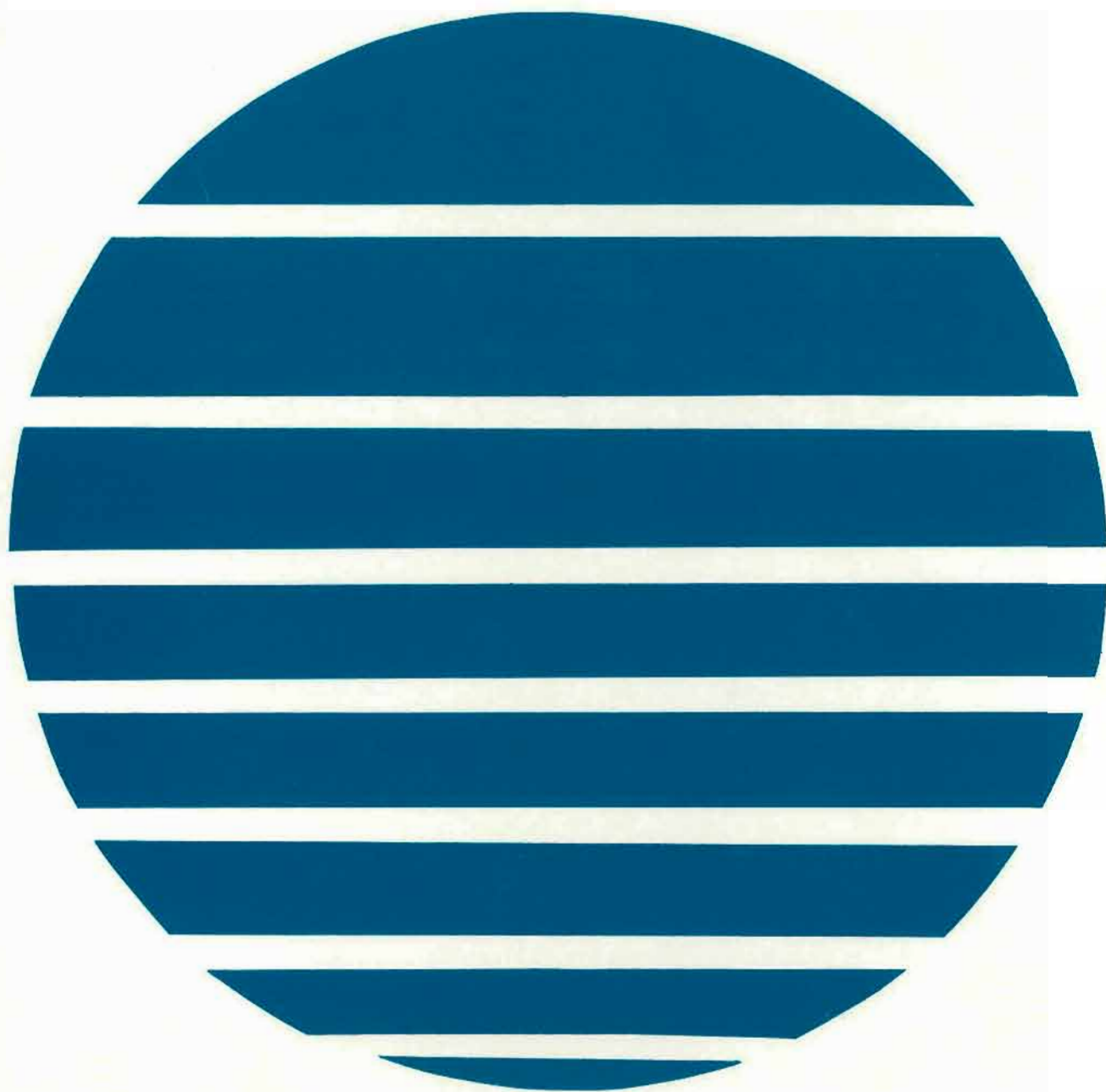


ANNALES HYDROGRAPHIQUES

5^{ème} Série - Vol. 17 - 1991

N° 764



Service Hydrographique
et Océanographique de la Marine - Paris

- Toute correspondance relative au contenu de cette publication, et notamment à l'insertion d'articles, doit être adressée au Service Hydrographique et Océanographique de la Marine, 3, avenue Octave Gréard, 00300 Armées.
- Les idées exprimées dans les articles sont celles des auteurs et ne représentent pas nécessairement le point de vue du Service Hydrographique et Océanographique de la Marine.
- Toute correspondance relative au service de cette publication doit être adressée à l'Établissement Principal du Service Hydrographique et Océanographique de la Marine, 13, rue du Chatellier, B.P. 426, 29275 Brest Cedex.

ANNALES HYDROGRAPHIQUES

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
L'Ingénieur Général Hydrographe (CR) Guy Chatel (1906-1990) par M.J. BOURGOIN.....	3
Première partie	
Etude analytique d'un modèle des marées littorales à l'aide des multiplicités bicaractéristiques. Troisième partie (C) : problème de Riemann-Goursat : solutions régularisables par morceaux. Problème fondamental des marées littorales, par MM. Y. BIOLLAY, Ecole Polytechnique Fédérale, Lausanne (Suisse) et J. KRAVTCHENKO, Université Scientifique et Médicale, Grenoble.....	9
Synthèse des résultats des campagnes de calibration du SNR Loran C, par MM. M. LE GOUIC, Ingénieur Principal de l'Armement et C. LE VISAGE, Ingénieur de l'Armement.....	31
Evaluation des marégraphes Suber en présence de courants forts, par MM. M. HUET et B. LEBRETON, Ingénieurs Principaux des Etudes et Techniques d'Armement, C. BATANY et J.C. KERINEC.....	37
Evaluation des marégraphes Suber en présence de courants forts. Suite : évaluation d'un atténuateur de dépression, par MM. B. LEBRETON et H. DOLOU, Ingénieurs Principaux des Etudes et Techniques d'Armement, C. BATANY et J.C. KERINEC.....	45
Deuxième partie	
Mission Océanographique de l'Atlantique (13 décembre 1980 – 13 juin 1982), par M. M. BOULARD, Ingénieur en Chef de l'Armement (hydrographe).....	57



L'INGÉNIEUR GÉNÉRAL HYDROGRAPHE (CR) GUY CHATEL (1906-1990)

par

M. Jean BOURGOIN
Ingénieur Général de l'Armement
(hydrographe) (2^e section)

L'ingénieur Général Hydrographe (CR) Guy, Jean Chatel s'est éteint le 19 décembre 1990 dans sa quatre-vingt cinquième année, à Versailles.

Né le 10 septembre 1906 à Morlaix, d'une famille d'origine bretonne, Guy Chatel entre à l'École Polytechnique en 1927 et opte à sa sortie en 1929 pour le corps des Ingénieurs hydrographes pour faire une longue carrière de 43 ans au service de l'hydrographie.

Après une période de formation à Paris, puis sur le bâtiment hydrographe *Utile*, puis sur le croiseur-école d'application des Enseignes de Vaisseau *Du-*

quesne, il participera pendant quatre ans (1931-1935), en sous-ordre, sur le *Gaston Rivier* aux travaux de la Mission Hydrographique de Dragages des Côtes de France sur les côtes nord de Bretagne, puis sur l'*Utile* aux travaux de la Mission Hydrographique des Côtes de France dans le Pas de Calais. Au cours de ces missions, repliées en hiver à Paris à cette époque pour effectuer les travaux de rédaction, Guy Chatel apprend le métier d'hydrographe sur le terrain dans ses deux composantes principales : les sondages hydrographiques au plomb poisson, appuyés sur une géodésie côtière, et le dragage hydrographique, seul à garantir des plafonds sûrs en navigation

côtière. Jeune ingénieur et excellent marin breton, il a la chance de débiter sa carrière dans le paysage maritime qui a bercé son enfance.

Hydrographe confirmé, il sera appelé dorénavant à diriger, en qualité de chef de mission, quatre missions hydrographiques :

- la Mission Hydrographique de l'Indochine (1935-1936), à bord de l'*Antarès*, puis de l'*Altaïr* pour effectuer des levés sur les côtes du Tonkin, d'Annam, du Cambodge, et aux abords de Saïgon ;

- la Mission Hydrographique de Tunisie (1939), à bord de l'*Ypres*. Le premier levé systématique des côtes de Tunisie s'était achevé en 1886. La mise à jour de ces travaux avait commencé en 1934. Les sondages qu'y poursuit Guy Chatel sur la côte nord sont interrompus par le début de la guerre ;

- la Mission Hydrographique et Océanographique de la Côte d'Ivoire (1942-1943), conduite dans le cadre du projet d'exploitation de l'énergie thermique des mers sur le site très favorable du « Trou sans fond », devant Abidjan et du projet d'étude de la coupure de la lagune par le percement de ce qui sera le Canal de Vridi ;

- la Mission Hydrographique des Côtes de France (1947-1949), à bord de l'*Amiral Mouchez*. Après sept années d'interruption, les missions hydrographiques sont réarmées en 1947, et celle des côtes de France est confiée à Guy Chatel. Il doit faire face simultanément aux difficultés d'entraînement d'un personnel peu expérimenté, aux médiocres conditions d'utilisation des bâtiments et aux conditions météo-océanographiques maussades des étés 1948 et 1949. Néanmoins les travaux reprennent selon les méthodes encore conventionnelles d'avant guerre, c'est-à-dire sans le bénéfice du sondage ultra-sonore et du positionnement radioélectrique. Ils comprennent principalement le levé difficile de la côte ouest du Cotentin, et accessoirement le dragage des chenaux d'accès à Dunkerque et des compléments de sondage dans les coureux d'Oléron.

Un aspect typique de la carrière des ingénieurs hydrographes de la génération de Guy Chatel est la coupure de la deuxième guerre mondiale. Lui l'a vécu de la façon suivante : détaché au Service Géographique de l'Armée, il est ensuite affecté à la Défense littorale, au Havre, et embarqué sur le dragueur magnétique *Jean-François* (1940) qui saute sur une mine et réussit à se maintenir à flot. Il se replie ensuite sur Cherbourg, puis St-Malo, puis Brest, et enfin Casablanca où il est encore affecté à la Défense littorale (juillet et août 1940) avant de regagner Paris (1940-1941) où une partie du Service Hydrographique, repliée à Rochefort, se réinstalle après l'armistice, puis Toulon (1942) où se trouve un autre échelon du Service Hydrographique jusqu'à l'invasion de la zone libre par les Allemands en novembre 1942. Nous avons vu plus haut qu'il dirige ensuite une mission en Côte d'Ivoire avant d'être dé-

signé pour Casablanca (1943-1944) en qualité d'adjoint au Directeur de l'échelon du Service Hydrographique chargé d'approvisionner les « Forces Navales Françaises Libres » en documents nautiques.

Pendant toute la période d'avant-guerre, Guy Chatel, en dehors de ses embarquements en mission hydrographique, est affecté aux diverses sections du Service Hydrographique.

En marge de ses attributions principales, il prend goût au « régime des côtes » dont il devient spécialiste et professeur à l'École d'Application du Service Hydrographique. Il est bon de rappeler à ce sujet que les projets d'aménagements portuaires et d'ouvrages de protection des côtes sont présentés, discutés et approuvés lors des réunions des Grandes Commissions Nautiques, dont le rapporteur est un ingénieur hydrographe désigné par le Directeur. Guy Chatel exerce cette fonction de 1946 à 1954 et ses rapports sont publiés dans les 28^e et 29^e *Cahiers de recherches hydrographiques sur le régime des côtes*. Par ailleurs, sous l'impulsion d'André Gougenheim est créé en 1947 un « Comité d'Océanographie d'Etudes des Côtes » (COEC), chargé d'orienter au lendemain de la guerre études et recherches sur l'océanographie littorale. Guy Chatel sera président à son tour de ce Comité dont le rôle sera primordial pour le démarrage de l'océanographie nationale, et le rayonnement considérable, grâce à sa publication, les *Cahiers Océanographiques* (1949-1971).

Après la guerre, et en dehors de son affectation comme chef de mission à la Mission Hydrographique des Côtes de France (1947-1949), Guy Chatel exerce successivement, au Service Central Hydrographique à Paris, les fonctions d'Adjoint au Chef de la Section « Missions » (1944-1947 et 1949-1954), de Chef de la Section « Ateliers et Magasins » (1954-1963), de Directeur Adjoint (1963-1964), et enfin de Directeur du Service Hydrographique de la Marine (1964-1967).

Une égale expérience professionnelle et valeur humaine, un total dévouement au Service l'ont conduit le long d'un parcours sans faute à diriger le Service Hydrographique. Et si l'on jette un coup d'œil rétrospectif sur sa carrière on se rend compte qu'il a assumé, dans des conditions souvent difficiles, les changements les plus importants qu'ait connus l'hydrographie depuis Beautemps-Beaupré. L'hydrographie n'a, en effet, pas échappé au couplage explosif des développements techniques et économiques après la deuxième guerre mondiale. Elle a pris le large avec l'accroissement des tirants d'eau des grands navires et l'intervention de plus en plus profonde des sous-marins. Elle s'est aussi diversifiée pour couvrir des besoins nouveaux, comme ceux de la connaissance et de la prédiction de l'environnement marin pour les forces navales, ou ceux des plaisanciers. Certes, le sondage ultra-sonore et la radiolocalisation continue, les distancemètres en géodésie, ont décuplé le rendement des missions hydrographiques, en les affranchissant de surcroît

des conditions de visibilité, mais il a fallu faire face à la révolution technique par de grands efforts d'adaptation et de formation des personnels. D'autre part, les utilisateurs, de plus en plus nombreux et disposant à leur tour d'équipements de plus en plus perfectionnés, sont devenus de plus en plus exigeants en documentation et information nautiques.

Guy Chatel sent très bien qu'en passant d'une hydrographie consacrée essentiellement à la bordure côtière des continents à une hydrographie couvrant les besoins d'un océan considéré non seulement comme un espace de communications et un théâtre d'opérations militaires, mais aussi comme un champ d'exploitation et un domaine de loisirs, l'hydrographie est en train de basculer. Le renforcement de la collaboration internationale entre services hydrographiques doit s'imposer dans l'intérêt général. Il a déjà pris des initiatives dans ce sens, notamment en passant avec les Pays-Bas un accord de fac-similé pour une reproduction réciproque des cartes. Il n'y a rien d'étonnant, dans ces conditions, à ce qu'il présente sa candidature à un poste de directeur lors du renouvellement du Bureau, à la 9^e Conférence Hydrographique Internationale en 1967. Il est élu et choisi par ses pairs comme Président du Comité de Direction du Bureau Hydrographique International (BHI). L'Ingénieur Hydrographe Général de 1^{re} classe Chatel vient d'accéder aux plus hautes responsabilités de la profession d'hydrographe, qu'il exercera à Monaco, siège du BHI, pendant un mandat de cinq années. Il met en œuvre les idées nouvelles qui circulent dans les services hydrographiques et qui requièrent le plus souvent une mise en commun des efforts et une standardisation qui ne peuvent provenir que d'une organisation internationale, en l'occurrence l'Organisation Hydrographique Internationale (OHI) dont le BHI est le siège. Guy Chatel a personnellement contribué à la création de l'OHI, proposée à la Conférence de 1967 et entrée en vigueur sous forme d'une convention intergouvernementale le 22 septembre 1970. Quelques exemples illustrent la diversité et l'ampleur des travaux entrepris pour définir et faire émerger cette nouvelle hydrographie, adaptée aux besoins de notre temps : l'encouragement à la création de commissions hydrographiques régionales ; la promotion des accords de fac-similé ; le lancement des travaux sur la carte marine internationale avec les délicats problèmes de normalisation de la facture et des symboles et des accords entre pays sur les échelles et limites des coupures ; le lancement d'enquêtes sur la formation des hydrographes ; le développement de l'adoption du système métrique pour les documents nautiques ; le dévelop-

pement, la centralisation et les échanges concernant les données marégraphiques, les hauts fonds d'existence ou de position douteuse ; le suivi des éditions de la Carte Générale Bathymétrique des Océans (GEBCO) ; une enquête sur les corrections des sondages ; une enquête préliminaire à la création d'un service de coordination des avertissements urgents radio de navigation (AVURNAV) ; la diffusion des constantes des systèmes de radionavigation ; des projets d'aide aux pays en voie de développement, etc.

Lorsqu'il quitte le service actif, en 1972, Guy Chatel est titulaire de hautes distinctions qu'il ne doit qu'à son mérite : Commandeur de la Légion d'Honneur (1965), Croix de Guerre (1939-1945), Commandeur du Mérite Maritime (1967), Officier des Palmes Académiques (1962) ; Commandeur de l'Étoile Noire du Bénin (1958) ; Chevalier du Dragon d'Annam (1937). Sa fonction et son mérite lui ont valu par ailleurs de faire partie de nombreuses sociétés scientifiques : le Bureau des Longitudes, le Comité National Français de Géodésie et Géophysique (section d'océanographie physique), le Comité Français de Cartographie, le Comité d'Océanographie et d'Étude des Côtes, le Comité des Travaux historiques et scientifiques (section de géographie).

Guy Chatel était un homme juste et bon. Très exigeant envers lui-même, c'est essentiellement par l'exemple qu'il exerçait son autorité. Tout au long d'une carrière exemplaire qui le conduisit aux plus hautes fonctions, il ne se départit jamais d'une grande simplicité et d'une grande modestie. A une époque où les différences hiérarchiques étaient très marquées, la porte de son bureau était toujours ouverte pour un entretien franc et loyal, accompagné souvent de conseils de père de famille. Ses vertus de rigueur morale et intellectuelle et son goût atavique pour les choses de la mer semblaient l'avoir prédestiné à une carrière hydrographique. Également ouvert aux progrès techniques et respectueux des traditions, il savait trouver le juste ton pour parler aux hommes et les faire adhérer à des choix judicieux dans un domaine en évolution rapide. Sa joie de vivre professionnelle a été doublée de celle que procure une famille nombreuse et unie. Marié en 1931, il devint veuf en 1946, se remaria en 1947 et eut sept enfants. A partir de 1972, il partagea le temps paisible de sa retraite auprès des siens, entre sa résidence principale versaillaise, sa résidence secondaire (au Port-Blanc-Le Diben, près de Morlaix) où il goûtait le plaisir de la pêche, et la Franche-Comté, pays d'origine de Madame Chatel.

PREMIÈRE PARTIE

ÉTUDE ANALYTIQUE D'UN MODÈLE DES MARÉES LITTORALES À L'AIDE DES MULTIPLICITÉS BICARACTÉRISTIQUES

TROISIÈME PARTIE (C) PROBLÈME DE RIEMANN-GOURSAT : SOLUTIONS RÉGULARISABLES PAR MORCEAUX PROBLÈME FONDAMENTAL DES MARÉES LITTORALES

par

Yves BIOLLAY, Ecole Polytechnique Fédérale, CH-1015 Lausanne (Suisse)
Julien KRAVTCHEKNO, Université Scientifique et Médicale, F-38100 Grenoble (France)

RÉSUMÉ

On trouvera dans cette partie un rappel des méthodes de détermination des approximations pour les solutions régularisables du problème de Riemann-Goursat dans le cas de deux fonctions inconnues à deux variables. Ces notions seront appliquées et prolongées au système (E) décrivant le modèle étudié dans ce mémoire et conduiront à la formulation du problème fondamental des marées littorales.

ABSTRACT

This part begins with a recall on the methods of determination of the approximations for the regularizable solutions of the Riemann-Goursat's problem in the case of two unknown functions of two variables. These notions will be applied and extended to the system (E) defining the model treated in this paper and will lead up to the formulation of the fundamental problem of the coastal tides.

Indications concernant les références

Les indices I ; II, III ; IV, V se rapportent respectivement aux 1^{re} partie ; 2^e partie (A), (B) ; 3^e partie (A), (B) parues dans les fascicules 758 à 762 des *Annales Hydrographiques*.

3.5. Résolution approchée de quelques problèmes aux limites posés relativement à (E)

3.5.1. Introduction

En 3.4v nous avons, d'une part, décrit un algorithme résolutif approché de quelques problèmes aux limites mixtes, posés relativement à (E) et, d'autre part, explicité les formules qui permettent de calculer

effectivement les solutions correspondantes. Nous nous proposons ci-après d'indiquer les méthodes de traitement numérique de quelques autres problèmes aux limites qu'on rencontre dans la théorie des marées littorales, en réduisant ceux-ci à une série de constructions fondamentales (cf. 2.4.4)^{III} et à des calculs analogues à ceux de 3.4v. Comme dans tout ce qui précède, nous admettrons (cf. 1.1)_I que les problèmes posés possèdent une solution et une seule et nous nous limiterons à la description sommaire des procédés à utiliser pour aboutir aux formules résolutives approchées.

3.5.2. Problème de Cauchy-Riemann-Goursat : cas de deux inconnues et de deux variables indépendantes

Rappelons d'abord l'énoncé d'un problème classique de la théorie des systèmes quasi-linéaires

(cette hypothèse n'étant admise que pour simplifier l'exposition et rattacher plus aisément celle-ci aux questions abordées dans le présent travail), connu sous le nom de Cauchy-Riemann-Goursat (ou, plus rarement, désigné sous celui de Cauchy de 2^e espèce) : le lecteur est supposé au courant de la terminologie usuelle en la matière.

Problème. Soient : le système (\mathcal{E}) hyperbolique, d'équations quasi-linéaires aux dérivées partielles de premier ordre, aux coefficients réguliers, à deux fonctions inconnues $\xi(x, y)$, $\eta(x, y)$ de deux variables indépendantes (la restriction à deux inconnues n'étant introduite que pour fixer les idées) ; $\underline{y}_i = \underline{y}_i(x)$, $\underline{\xi}_i = \underline{\xi}_i(x)$, $\underline{\eta}_i = \underline{\eta}_i(x)$, $i = 1, 2$, six fonctions données, définies et régulières dans un certain intervalle de variation de x , constituant les multiplicités $m_i(\underline{y}_i, \underline{\xi}_i, \underline{\eta}_i)$ qu'on suppose être des bicaractéristiques de (\mathcal{E}) , de familles différentes. On postule que : les deux courbes $C_{i,0}$ ($i = 1, 2$) du repère orthonormé Oxy , d'équations respectives $\underline{y}_i = \underline{y}_i(x)$ (qu'on appelle traces sur Oxy des m_i) possèdent un point commun et un seul $A(x_0, y_0)$, en sorte que $C_{1,0} \cap C_{2,0} = A(x_0, y_0)$; en A , on a les relations : $\underline{\xi}_1(x_0) = \underline{\xi}_2(x_0)$, $\underline{\eta}_1(x_0) = \underline{\eta}_2(x_0)$. On demande de construire dans Oxy un domaine D , tel que : $C_{1,0} \subset D$, $C_{2,0} \subset D$, et de définir dans D une solution régulière de (\mathcal{E}) , assujettie à satisfaire les conditions aux limites :

$$\xi[x, \underline{y}_i(x)] = \underline{\xi}_i(x), \eta[x, \underline{y}_i(x)] = \underline{\eta}_i(x), \forall x, i = 1, 2 \quad (3.38)$$

Il résulte de ce qui précède qu'il est loisible de désigner $m_i(\underline{y}_i, \underline{\xi}_i, \underline{\eta}_i)$ par $m_i(C_{i,0}, \underline{\xi}_i, \underline{\eta}_i)$. Dans la suite, nous utiliserons de préférence cette dernière convention d'écriture en raison de l'interprétation géométrique des données qu'elle permet de réaliser.

On notera que : d'une part, nous venons d'introduire, à titre provisoire, des notations nouvelles que nous n'utiliserons dans la suite que dans les commentaires qui suivent, consacrés au système (\mathcal{E}) ; nous reviendrons ensuite aux notations dont nous avons fait jusqu'ici usage en présentant la théorie du système (E) ; nous n'avons pas, d'autre part, défini ci-dessus le sens du terme « régulier », appliqué tant aux données du problème qu'à ses solutions : car ce sens varie avec le type de (\mathcal{E}) et c'est pourquoi les hypothèses de régularité, sur lesquelles reposent les théorèmes d'existence et d'unicité ne sont pas les mêmes pour tous les systèmes (\mathcal{E}) étudiés jusqu'ici.

Cela étant, nous allons rappeler, pour la commodité du lecteur, quelques résultats – bien connus –, dont on trouvera la justification dans la plupart des manuels d'analyse (cf. par ex. [10] ; tome III, p. 156-160). En procédant ainsi, nous pensons pouvoir compléter utilement les brèves indications de 3₁ et contribuer à illustrer par un nouvel exemple, qui semble instructif, le rôle joué par le nombre de variables indépendantes dans la théorie des systèmes hyperboliques d'équations quasi-linéaires aux dérivées

partielles et préciser ainsi les effets du passage de deux à trois variables.

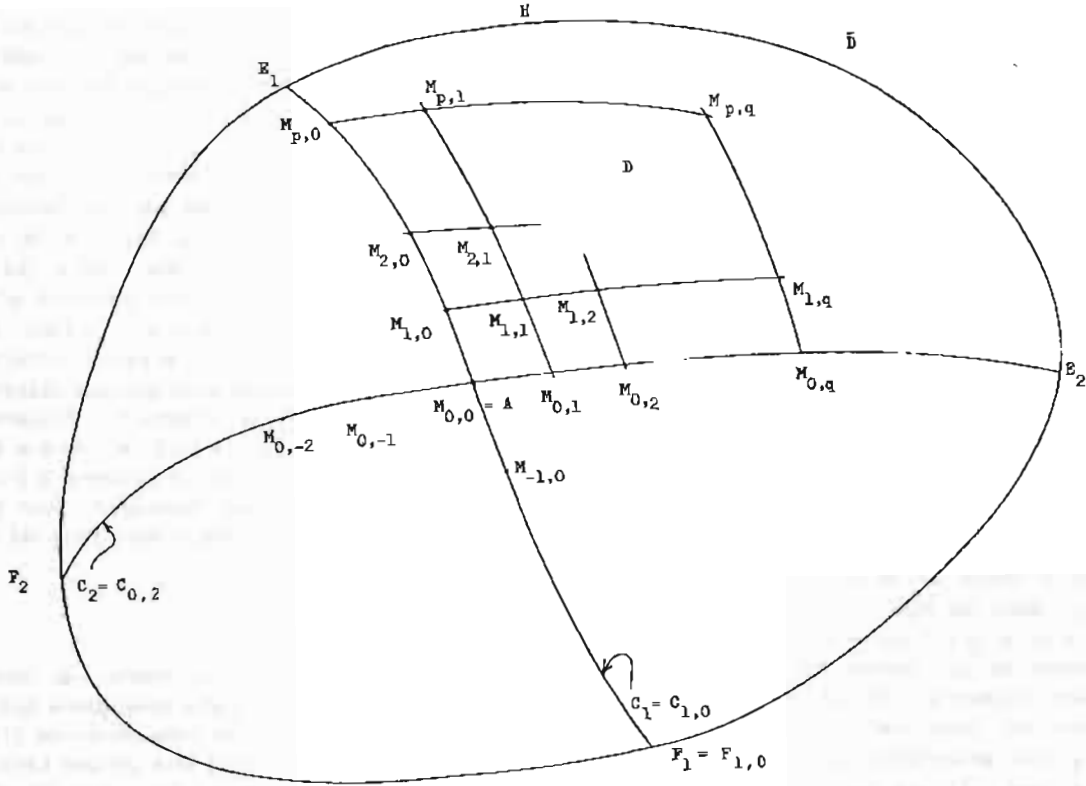
En vue de préparer la discrétisation ultérieure des données, nous allons modifier comme il suit les notations introduites ci-dessus.

Soient : D , le domaine d'existence – que, pour abrégé, nous supposons simplement connexe et convexe – d'une solution régulière ξ, η de (\mathcal{E}) , de sorte que ξ et η ne sont pas prolongeables à travers la frontière \bar{D} de D ; S_ξ et S_η , les surfaces $\subset Oxyf$ d'équations respectives : $\xi = \xi(x, y)$, $\eta = \eta(x, y)$; $m_{i,0}(C_{i,0}, \underline{\xi}_i, \underline{\eta}_i)$, $i = 1, 2$, une multiplicité bicaractéristique de (\mathcal{E}) dont les traces $C_{1,0}$ et $C_{2,0}$ sur Oxy se coupent en $M_{0,0}(x_0, y_0) = A$ (cf. fig. 20) ; $E_{i,0} = E_i$, $F_{i,0} = F_i$, les extrémités de $C_{i,0}$, situées sur \bar{D} , ce qui permet d'écrire : $\overline{E_{i,0}F_{i,0}} \equiv C_{i,0}$. Des hypothèses de régularité ci-dessus il résulte alors que les arcs ouverts $\subset C_{i,0}$ sont réguliers et dépourvus de points multiples, mais que l'un de ces arcs, au moins, présente en ses extrémités des singularités – à moins qu'ils ne soient tous les deux tangents à \bar{D} – ceci en raison du fait que \bar{D} est la frontière du domaine d'existence de ξ, η . Citons à cet égard l'exemple classique de la plasticité plane de Coulomb : on sait que, dans les cas courants, l'un, au moins, des arcs $\overline{E_{i,0}F_{i,0}} - \overline{E_{2,0}F_{2,0}}$, pour fixer les idées – possède en $E_{2,0}$ et $F_{2,0}$ les rebroussements de 1^{re} espèce, alors que $C_{1,0}$ est tangent à \bar{D} en $E_{1,0}$ et $F_{1,0}$. Observons enfin, qu'on devra, dans la formulation analytique des données, intervertir x et y et écrire, par exemple, $\underline{x}_i = \underline{x}_i(y)$ – au lieu de $\underline{y}_i = \underline{y}_i(x)$ – lorsque les $C_{i,0}$ possèdent des tangentes parallèles à Oy .

Cela étant, postulons l'existence et l'unicité de la solution régulière ξ, η du problème ci-dessus énoncé et rappelons le procédé classique de construction d'un algorithme résolutif approché de celle-ci à partir des seules données $m_{i,0}$.

A cet effet, nous allons adapter à (\mathcal{E}) , la méthode usuelle de l'approximation linéaire, déjà décrite en détail de 2.4_{III} à propos du système (E) et dont le mode d'emploi, dans le cas de deux variables indépendantes, fait l'objet d'exposés exhaustifs dans de nombreux manuels répandus ; rappelons-en l'essentiel, pour la commodité d'un lecteur déjà averti, sans avoir la prétention d'initier un néophyte.

En premier lieu, nous remplaçons chaque courbe intervenant dans les calculs par une ligne polygonale inscrite, dont les côtés seront des segments de droite de « petite longueur » et dont les sommets sont situés sur la courbe. En second lieu, nous remplaçons chacune des surfaces S_ξ et S_η par une surface polyédrale dont chaque facette sera constituée par des « petits » triangles plans dont les sommets sont situés sur S_ξ et S_η . Nous allons à présent décrire le procédé utilisé pour réaliser pratiquement une telle discrétisation des données et des inconnues. Rappelons à cet effet un résultat classique de la théorie des systèmes (\mathcal{E}) qui conduit au choix utile du maillage dans le domaine D . On sait qu'à tout système



(\mathcal{E}) on peut faire correspondre un système (ε), dit associé à (\mathcal{E}), à quatre fonctions inconnues dont les deux variables indépendantes, sont les variables caractéristiques attachées à (\mathcal{E}). (Sur ces questions classiques et la terminologie utilisée, on pourra consulter, par exemple la référence [7]), dont les auteurs, se plaçant au même point de vue que celui adopté au cours du présent travail, développent la théorie de (ε) dans le cas particulier des équations de la plasticité plane de Coulomb). On en déduit ainsi que :

- 1) (\mathcal{E}) et (ε) sont équivalents – au sens que nous avons attaché à ce terme en 2.21 –.
- 2) Le couple de surfaces intégrales S_ξ, S_η de (\mathcal{E}) admet une double génération au moyen des multiplicités caractéristiques $m_i(C_i, \xi_i, \eta_i)$ de (\mathcal{E}) appartenant à deux familles différentes.
- 3) Tout couple de surfaces régulières, S_ξ et S_η , est formé de surfaces intégrales de (\mathcal{E}) si S_ξ et S_η admettent la double génération qu'on vient de décrire. Autrement dit, les propriétés 2) et 3) traduisent la condition nécessaire et suffisante pour que deux surfaces régulières S_ξ et S_η soient porteuses des multiplicités bicaractéristiques de (\mathcal{E}). D'après cela, le problème de Riemann-Goursat revient à déterminer les deux familles m_i , telles qu'il passe une courbe et une seule de chaque famille $C_i \subset D$ par tout $M \in D$, et deux familles de fonctions $\xi_i(x), \eta_i(x)$, telles que les multiplicités $m_i(C_i, \xi_i, \eta_i)$ soient bicaractéristiques de (\mathcal{E}), dont les supports soient des génératrices de S_ξ et S_η . Bien entendu, chacune des m_i dépend d'un

paramètre, par exemple de l'abscisse curviligne du point d'intersection : $C_i \cap C_j, i, j = 1, 2, i \neq j$, qui joue alors le rôle de la variable caractéristique attachée à (\mathcal{E}). On sait que chaque génératrice de S_ξ (ou de S_η), d'équations : $\underline{y}_i = \underline{y}_i(x) ; \underline{\xi}_i = \underline{\xi}_i(x)$ (ou $\underline{\eta}_i = \underline{\eta}_i(x)$), notée $C_{i\xi}$ (ou $C_{i\eta}$), coupe en un point et un seul chaque génératrice de S_ξ (ou de S_η) appartenant à l'autre famille. La formulation ci-dessus du problème de Riemann-Goursat suggère alors de discrétiser les données et les inconnues selon la figure 20.

En premier lieu, nous discrétisons la donnée $m_{1,0}$ (ou $m_{2,0}$) en remplaçant la trace $C_{1,0}$ (ou $C_{2,0}$) de cette multiplicité par la ligne polygonale rectiligne inscrite formée des segments $M_{p,0}M_{p+1,0}$ (ou $M_{0,q}M_{0,q+1}, p, q \in \mathbb{Z}$ et $M_{0,0} = A$, et qui sera une approximation de $C_{1,0}$ (ou de $C_{2,0}$) d'autant meilleure que les longueurs des côtés de ces lignes seront plus petites. Cette remarque évidente s'appliquera à toutes les discrétisations qui suivent et que, pour abréger les notations, nous désignerons encore $C_{1,0}$ (ou $C_{2,0}$).

Cela posé, supposons résolu le problème de Riemann-Goursat, posé relativement à (\mathcal{E}) et aux données régulières $m_{1,0}$ et $m_{2,0}$ et notons $m_{2,p}(C_{2,p}, \xi_{2,p}, \eta_{2,p})$ [ou $m_{1,q}(C_{1,q}, \xi_{1,q}, \eta_{1,q})$] la multiplicité bicaractéristique génératrice de la solution régulière $\xi(x, y), \eta(x, y)$ de (\mathcal{E}) de la deuxième (ou de la première) famille dont la trace $C_{2,p}$ (ou $C_{1,q}$) est issue de $M_{p,0}$ (ou de $M_{0,q}$). Observons que le point $M_{p,q} = C_{1,q} \cap C_{2,p}$ est tel que $M_{p,q} \in D$, si l'un des en-

tiers p et q est assez petit. Nous allons alors procéder comme ci-dessus et discrétiser $C_{1,q}$ (ou $C_{2,p}$) au moyen d'une ligne polygonale inscrite formée des segments $M_{m,q} M_{m+1,q}$ (ou $(M_{p,n} M_{p,n+1})$, $m, n \in \mathbb{Z}$ qui constitue une approximation de $C_{1,q}$ (ou de $C_{2,p}$). Il résulte alors des hypothèses de régularité des données qu'à chaque couple des entiers (p, q) correspond un $M_{p,q}$ – et un seul – quand, du moins, ce point existe.

Nous noterons alors $(x_{p,q}, y_{p,q})$ les coordonnées de $M_{p,q}$; $\xi_{p,q} = \xi(x_{p,q}, y_{p,q})$, $\eta_{p,q} = \eta(x_{p,q}, y_{p,q})$ les valeurs de ξ et η en ce point; $P_{p,q}$ (ou $Q_{p,q}$) le point $\in Oxyt$ de coordonnées $x_{p,q}, y_{p,q}, \xi_{p,q}$ (ou $x_{p,q}, y_{p,q}, \eta_{p,q}$). D'après cela, on a: $P_{p,q} \in S_\xi$, $Q_{p,q} \in S_\eta$, en sorte que l'ensemble des $P_{p,q}$ (ou des $Q_{p,q}$) définit une surface polyédrale, formée de facettes triangulaires planes dont les $P_{p,q}$ (ou $Q_{p,q}$) sont les sommets $\in S_\xi$ (ou S_η) et qui constitue, dès lors, une approximation de la surface intégrale S_ξ (ou S_η) de (\mathcal{E}) . Mais les $M_{p,q}, P_{p,q}, Q_{p,q}$ ne sont connus a priori que si $p=0$ ou $q=0$. Pour calculer les coordonnées de ces points, nous allons rappeler brièvement l'essentiel de la méthode classique permettant de substituer aux ensembles $M_{p,q}, P_{p,q}, Q_{p,q}$ des ensembles de points $M'_{p,q}, P'_{p,q}, Q'_{p,q}$ tels que: 1) les longueurs des segments $M_{p,q} M'_{p,q}, P_{p,q} P'_{p,q}, Q_{p,q} Q'_{p,q}$ soient « petites »; 2) les trois points $M'_{p,q}, P'_{p,q}, Q'_{p,q}$ soient alignés sur la parallèle à Ot issue de $M'_{p,q}$. Il s'en suit que: a) le triplet des lignes polygonales rectilignes $(M'_{0,q} M'_{1,q} \dots M'_{p,q} \dots)$, $(P'_{0,q} P'_{1,q} \dots P'_{p,q} \dots)$ et $(Q'_{0,q} Q'_{1,q} \dots Q'_{p,q} \dots)$ noté $C'_{1,q}$ (ou $(M'_{p,0} M'_{p,1} \dots M'_{p,q} \dots)$, $(P'_{p,0} P'_{p,1} \dots P'_{p,q} \dots)$ et $(Q'_{p,0} Q'_{p,1} \dots Q'_{p,q} \dots)$ noté $C'_{2,p}$) constitue une approximation des multiplicités bicaractéristiques $m_{1,q}$ (ou $m_{2,p}$), génératrices de S_ξ et S_η ; b) l'ensemble des $P'_{p,q}$ (ou $Q'_{p,q}$) définit (comme l'ensemble $P_{p,q}$ ci-dessus introduit) une surface polyédrale S'_ξ (ou S'_η) qui constitue une approximation de S_ξ (ou de S_η); mais cette fois, on n'a pas, en général $M'_{0,q} \in C_{1,q}$ (ou $M'_{p,0} \in C_{2,p}$) si $p, q \neq 0$ et donc $P'_{p,q} \notin S_\xi$ (ou $Q'_{p,q} \notin S_\eta$). Pour abrégé les notations, nous supprimerons désormais les signes primes et nous écrirons $M_{p,1}$ au lieu de $M'_{p,1}$, $C_{1,q}$ au lieu $C'_{1,q}$, $m_{1,q}$ au lieu de $m'_{1,q}$ et S_ξ, S_η au lieu de S'_ξ et S'_η ; cela revient à utiliser les mêmes symboles pour décrire les solutions exactes ou approchées.

Cela étant, rappelons que, dans le cadre de l'usuelle approximation linéaire, la connaissance des $\xi_{p,q}, \eta_{p,q}$ en les sommets du réseau $M_{p,q}$ suffit pour déterminer les valeurs approchées de ξ et η en chaque point des segments $M_{p,q} M_{p+1,q+1}$ et $M_{p,q+1} M_{p+1,q}$. En effet, il résulte de la régularité de la solution $\xi(x, y)$ et $\eta(x, y)$ de (\mathcal{E}) que le quadrilatère rectiligne $M_{p,q} M_{p,q+1} M_{p+1,q+1} M_{p+1,q}$ diffère peu d'un parallélogramme non dégénéré. Il s'en suit qu'aucune des diagonales $M_{p,q} M_{p+1,q+1}$ et $M_{p+1,q} M_{p,q+1}$ ne peut être une approximation d'un côté de cette figure: car chacun de ceux-ci est l'approxima-

tion d'un arc de la trace d'une multiplicité approximant une génératrice de la solution considérée. Dès lors, la multiplicité constituée par les trois segments $M_{p,q} M_{p+1,q+1}$, $P_{p,q} P_{p+1,q+1}$, $Q_{p,q} Q_{p+1,q+1}$ (ou $M_{p,q+1} M_{p+1,q}$, $P_{p,q+1} P_{p+1,q}$, $Q_{p,q+1} Q_{p+1,q}$) est normale. Elle définit donc univoquement la solution dans sa zone d'influence constituée par les facettes triangulaires planes: $M_{p,q} M_{p+1,q+1} M_{p,q+1}$ et $M_{p,q} M_{p+1,q+1} M_{p+1,q}$ et donc, en particulier, dans les nœuds $M_{p,q+1}$ et $M_{p+1,q}$ – à partir des données en $M_{p,q}$ et $M_{p+1,q+1}$ –, ou en $M_{p,q}$ et $M_{p+1,q+1}$ – à partir des données en $M_{p,q+1}$ et $M_{p+1,q}$ –. Le calcul numérique des inconnues ξ, η fait appel à un procédé classique que nous avons appelé « la construction fondamentale » (cf. [7]) et [26], alinéa 2.4.4 où ce terme a été introduit pour (E) , c'est-à-dire un système à 3 variables indépendantes et à trois inconnues; pour (\mathcal{E}) quelconque, le procédé est décrit dans tous les manuels usuels).

Remarques :

1) D'après sa définition même, la construction fondamentale n'est utilisable telle quelle que dans le domaine D où la solution considérée de (\mathcal{E}) est régulière; elle ne peut donc être utilisée sans précautions dans le voisinage de la frontière \bar{D} de D . Dans la généralité des cas, les numériciens tournent cette difficulté en resserrant le maillage des $M_{p,q}$ dans le voisinage de \bar{D} . L'expérience montre que ce procédé donne, en général, des résultats satisfaisants. Mais il existe des cas où il n'en est pas ainsi. En [23], pp. 43-46, on trouvera des exemples de ce fait empruntés à un travail de M. Ausser. De plus, il se trouve que la singularité que présente la solution de (\mathcal{E}) dans le voisinage de \bar{D} est régularisable (pour cette notion cf. loc. cit. pp. 3-43 et l'alinéa 3.5.3. ci-après) et susceptible d'être représentée analytiquement au moyen de polynômes de variables caractéristiques, qui ont été explicités dans le cas de la plasticité coulombienne plane lorsque \bar{D} , supposée donnée, se réduit à un segment de droite. Mais il convient d'observer que, dans le cas général, \bar{D} est a priori inconnue, en sorte que la détermination de la frontière du domaine d'existence d'une solution régulière d'un problème de Riemann-Goursat, posé relativement à (\mathcal{E}) , ne semble pas encore résolu d'une manière satisfaisante – à notre connaissance du moins –.

2) Supposons que $\exists M_{p,q} \in D$. Alors, la figure 20 montre que la zone d'influence en $M_{p,q}$ des données $m_1(\overline{AM_{p,0}}, \xi, \eta)$ et $m_2(\overline{AM_{0,q}}, \xi, \eta)$ admet pour frontière le « quadrilatère » curviligne: $\overline{AM_{p,0}}, \overline{M_{p,0} M_{p,q}}, \overline{M_{p,q} M_{0,q}}, \overline{M_{0,q} A}$, si on connaît la solution exacte et le polygone rectiligne $AM_{1,0} M_{2,0} \dots M_{p,0} M_{p,1} \dots M_{p,q} M_{p-1,q} \dots M_{0,q} M_{0,q-1} \dots A$ quand on ne dispose que d'une solution approchée. Si, au contraire, $\exists M_{p,q} \in \bar{D}$, rappelons qu'en général l'un des arcs $\overline{M_{p,0} M_{p,q}}$ ou $\overline{M_{0,q} M_{p,q}}$ est tangent à \bar{D} en $M_{p,q}$ alors que l'autre y présente un point de rebroussement.

3.5.3. Solutions régularisables de (\mathcal{E})

La définition et les propriétés essentielles des solutions régularisables de (\mathcal{E}) et de (E) étant presque identiques – à quelques détails près, sur lesquels on reviendra – nous nous bornerons ici à rappeler très brièvement ce qui concerne le cas (\mathcal{E}) (cf. § 3 de [7]₁ et [23], pp. 31-43).

Définition :

Soit :

$$x = x(\alpha, \beta), y = y(\alpha, \beta), \xi = \xi(\alpha, \beta), \eta = \eta(\alpha, \beta) \quad (3.39)$$

une solution de (\mathcal{E}) (système associé à (\mathcal{E})), définie et régulière dans un domaine borné $\mathcal{D} \subset O\alpha\beta$. Nous appellerons solution « régularisable » de (\mathcal{E}) une solution de (\mathcal{E}) représentable paramétriquement par (3.39) : cette terminologie sera justifiée ci-après.

Voici quelques résultats classiques concernant le système (\mathcal{E}) .

a) Le système (\mathcal{E}) est invariant par les changements des variables indépendantes $\alpha = \underline{\alpha}(\alpha_1)$, $\beta = \underline{\beta}(\beta_1)$ si les fonctions régulières $\underline{\alpha}$ et $\underline{\beta}$ vérifient

la condition $(d\underline{\alpha}/d\alpha_1) \cdot (d\underline{\beta}/d\beta_1) \neq 0$ sur $\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}}$, auquel cas les transformations ponctuelles ainsi définies forment un groupe.

b) (α, β) sont les variables caractéristiques attachées à (\mathcal{E}) , en sorte que les deux multiplicités définies paramétriquement dans Oxy en faisant successivement $\alpha = \text{const.}$, $\beta = \text{const.}$ dans les formules (3.39) sont bicaractéristiques de (\mathcal{E}) .

c) La condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait équivalence locale entre (\mathcal{E}) et (E) s'écrit :

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(\alpha, \beta)} \neq 0, \quad (\alpha, \beta) \in \mathcal{D} \quad (3.40)$$

Moyennant cette inégalité, la solution (3.39) de (\mathcal{E}) est donc la représentation paramétrique d'une solution régulière de (\mathcal{E}) ; d'après la définition ci-dessus cet énoncé, combiné avec la propriété b), entraîne que la condition nécessaire et suffisante pour que le couple de deux fonctions régulières : $\xi(x, y)$ et $\eta(x, y)$ soit une solution régulière de (\mathcal{E}) est que les surfaces S_ξ et S_η correspondantes admettent la double génération au moyen des courbes C_ξ et C_η procédant d'une solution régulière de (\mathcal{E}) et définies par les trois équations (3.39/1), (3.39/2), (3.39/3) et (3.39/1), (3.39/2), (3.39/4) respectivement, où l'on fait $\alpha = \text{const.}$ d'une part, puis $\beta = \text{const.}$ d'autre part.

Cette solution est astreinte à vérifier la condition (3.40) ; d'après cela, une telle solution de (\mathcal{E}) rentre dans la classe des solutions « régularisables » de (\mathcal{E}) . En résumé, une solution de (\mathcal{E}) , régulière dans \mathcal{D} , définit paramétriquement, dans le voisinage de tout point $(\alpha, \beta) \in \mathcal{D}$, soit une solution régulière de (\mathcal{E}) dans le voisinage du point $(x, y) \in \mathcal{D}$, image de (α, β) par (3.39) – si l'inégalité (3.40) y est satis-

faite –, soit une solution « seulement régularisable » s'il existe des points $\epsilon \in \mathcal{D}$ en lesquels on a :

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(\alpha, \beta)} = 0 \quad (3.41)$$

d) Ce qui précède justifie le terme de « solution régularisable de (\mathcal{E}) », introduit dans la définition ci-dessus.

e) Etant donnée une solution « seulement régularisable » de (\mathcal{E}) , définie par (3.39), notons q l'ensemble de points $(\alpha, \beta) \in (\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}})$ qui vérifient (3.41) et $Q \subset \mathcal{D}$ l'homologue de q dans l'application $(\alpha, \beta) \Rightarrow (x, y)$, $(\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}})$ étant l'homologue de $(\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}})$; alors, en adaptant au cas présent l'exposé du § 3.3 de [26], on voit qu'il y a trois éventualités à discuter : a') Q se compose de domaines bidimensionnels : nous écartons cette éventualité comme dépourvue d'intérêt physique. b') Q se compose de courbes non dégénérées ; dans ce cas, Q est soit l'enveloppe des traces des deux familles de multiplicités bicaractéristiques de (\mathcal{E}) et paramétrées par $\alpha = \text{const.}$ et $\beta = \text{const.}$ (cf. 3.39), soit l'enveloppe d'une seule de ces familles et le lieu des points singuliers de l'autre, soit, enfin, le lieu des points singuliers des deux familles. c') Q se réduit à un ensemble de points isolés, chacun desquels étant l'enveloppe dégénérée des traces des multiplicités bicaractéristiques d'une famille, et, aussi, la trace dégénérée d'une seule bicaractéristique de l'autre famille ; Q est alors point de discontinuité de ξ et η ou d'une de ces fonctions. d') D'après la définition précédente d'une solution régularisable de (\mathcal{E}) , les seconds membres de (3.39) sont continus sur le domaine fermé $(\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}})$, et $(\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}})$ est un domaine borné ; mais il est aisé d'étendre la définition et de l'adapter au cas où $(\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}})$ est infini et où l'une au moins des inconnues ξ, η de (\mathcal{E}) est infinie.

A titre d'exemple instructif, rappelons quelques propriétés classiques, valables dans le cas où l'enveloppe des traces d'une des familles des multiplicités bicaractéristiques dégénère en un point isolé. On montre élémentairement qu'il en est ainsi si et seulement si l'équation (3.41) admet la solution $\beta = \beta_0 = \text{const.}$, relation que, sans restreindre la généralité, on peut écrire $\beta_0 = 0$ lorsque l'on a : $x(\alpha, 0) = y(\alpha, 0) = 0, \forall \alpha$.

Il s'ensuit que : 1) toutes les traces C_1 des multiplicités bicaractéristiques $m_1(C_1, \xi_1, \eta_1)$, paramétrées par $\alpha = \text{const.}$ passent par l'origine O de Oxy .

2) La trace de la bicaractéristique de l'autre famille, notée $m_2(C_2, \xi_2, \eta_2)$, paramétrée par $\beta = \text{const.}$, se réduit au point \bar{O} si $\beta = 0$. Dès lors, le problème dégénéré de Riemann-Goursat peut-être ainsi formulé.

Donnons-nous une multiplicité régulière $m_{1,0}(C_{1,0}, \xi_{1,0}, \eta_{1,0})$, ($\alpha = \text{const.}$), dont la trace $OB = C_{1,0}(\alpha = 0)$ est issue de O . On suppose que la trace de la multiplicité $m_2(C_{2,0})$, paramétrée par $\beta = \text{const.}$ se réduit, pour $\beta = 0$, au seul point O . On

demande de construire la solution régularisable dans le voisinage de O du problème aux limites posé relativement au système (E).

On observera d'abord qu'on n'aperçoit pas immédiatement l'interprétation géométrique de l'énoncé précédent (cf. fig. 21a).

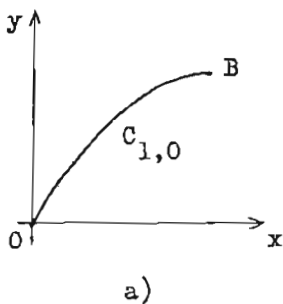
Et c'est pourquoi les premières solutions (aujourd'hui classiques) des problèmes de cette nature (en aérodynamique ou en mécanique des sols, par exemple) étaient fondées sur des raisonnements intuitifs. Nous allons faire voir que le recours à la notion de solution régularisable donne le moyen d'atteindre le but cherché d'une façon très naturelle et simple à la fois. Cherchons, en effet la solution du problème posé sous forme paramétrique (3.39) dont les seconds membres constituent une solution régulière de (E) assujettie à vérifier (3.41). D'après les conditions aux limites imposées par l'énoncé, le domaine $\mathcal{D} \subset O\alpha\beta$, admet pour éléments de frontière un segment de droite $O\alpha \subset Oa$ et un segment de droite $O\beta \subset Ob$, dont les positions et les longueurs peuvent être choisies arbitrairement en vertu de la propriété d'invariance de (E). Définissons alors la donnée $m_1(C_{1,0}, \xi_{1,0}, \eta_{1,0})$ sous forme paramétrique, où s désigne une variable quelconque :

$$\underline{x}_{1,0} = \underline{x}_1(\alpha, s), \quad \underline{y}_{1,0} = \underline{y}_1(\alpha, s), \quad \underline{\xi}_{1,0} = \underline{\xi}_1(\alpha, s), \quad \underline{\eta}_{1,0} = \underline{\eta}_1(\alpha, s) \quad (3.42)$$

Toujours d'après la propriété d'invariance de (E), précitée, il est loisible de poser : $s = \beta$, en sorte que les relations (3.42) fournissent les valeurs des quatre inconnues : $x = x(\alpha, \beta), \dots$ etc. de (E) : $x(0, \beta) = \underline{x}_{1,0}(\beta) = \underline{x}_{1,0}$ le long de Ob . Explicitons maintenant les conditions frontières que les quatre inconnues de (E) vérifient le long de Oa . A cet effet, posons, $\forall \alpha \in [0, a]$:

$$\underline{x}_2 = \underline{x}_2(\alpha) = x(\alpha, \beta_0), \quad \underline{y}_2 = y(\alpha, \beta_0), \quad \underline{\xi}_2 = \xi(\alpha, \beta_0), \quad \underline{\eta}_2 = \eta(\alpha, \beta_0) \quad (3.43)$$

formules qui représentent paramétriquement la multiplicité $m_2(C_{2,0}, \xi_{2,0}, \eta_{2,0})$, dont la trace se réduit au point O, et proposons-nous de déterminer les premiers membres des deux dernières relations de (3.43) à partir de (E) et de (3.41) ; nous nous bornons ici à indiquer le fil conducteur du raisonnement – qui sera exposé en détail dans un mémoire de J.L. Auriault et J. Kravtchenko, en préparation et auquel sont empruntés les développements qui suivent –.



a)

Rappelons la forme générale des deux des quatre équations constituant le système (E) :

$$\frac{\partial y}{\partial \beta} = f \frac{\partial x}{\partial \beta}, \quad p \frac{\partial x}{\partial \alpha} + q \frac{\partial \xi}{\partial \alpha} + r \frac{\partial \eta}{\partial \alpha} = 0 \quad (3.44)$$

où f, p, q, r sont des fonctions données et régulières des quatre inconnues $x(\alpha, \beta), \dots$ etc. de (E). Cela étant, attribuons à α un sens géométrique. A cet effet, posons :

$$\frac{(\partial y / \partial \beta)}{(\partial x / \partial \beta)} = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \theta(\alpha, \beta), \quad \underline{\theta}_0 = \underline{\theta}_0(\alpha) = \theta(\alpha, 0) \quad (3.45)$$

D'après cela, $\underline{\theta}_0$ est l'angle de Ox avec la tangente en O à la trace $C_{\alpha,0}$ de la bicaractéristique de la famille $\alpha = \text{const.}$, issue du point singulier O. Observons alors que la solution considérée de (E) ne peut avoir de sens physique que si l'image D de \mathcal{D} dans l'application $(\alpha, \beta) \Rightarrow (x, y)$ ne se recouvre pas dans le voisinage de O. Or, cette éventualité de recouvrement est à exclure. Sinon, en effet, la racine $\alpha = \beta = 0$ de (3.41) ne serait pas, contrairement à l'hypothèse, isolée dans le voisinage du point $O \in O\alpha\beta$, en sorte que l'application $(\alpha, \beta) \Rightarrow (x, y)$ n'y serait pas biunivoque en O seulement. En égard à la signification géométrique de $\theta_0(\alpha)$, on en conclut que cette fonction est monotone, sur $\alpha \in [0, a]$ si a est assez petit ; il s'ensuit, d'après le théorème d'invariance de (E) qu'on peut prendre $\underline{\theta}_0 \equiv \alpha$. Nous adoptons cette convention jusqu'à la fin du raisonnement qui suit.

Cela étant, faisons $\beta = 0$ dans (3.44). D'après les conventions d'écriture adoptées ci-dessus, (3.44/1) donne, en tenant compte de (3.45) :

$$\operatorname{tg} \alpha = f(0, 0, \underline{\xi}_{2,0}, \underline{\eta}_{2,0})$$

relation que nous supposons résoluble en $\underline{\xi}_{2,0}$, pour fixer les idées ; on peut donc écrire, g étant une fonction donnée (cf. 3.43) :

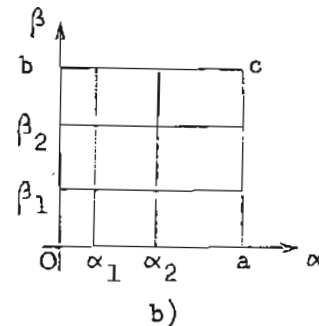
$$\underline{\xi}_2 = \underline{\xi}_{2,0}(\alpha) = g[\underline{\eta}_{2,0}(\alpha), \alpha], \quad \forall \alpha \in [0, a] \quad (3.46)$$

Il s'en suit que, le long de $O\alpha$, (3.44/2) prend la forme :

$$q_0 \left(\frac{\partial g_0}{\partial \underline{\eta}_{2,0}} + r_0 \right) \cdot \frac{d \underline{\eta}_{2,0}}{d \alpha} + r_0 \frac{\partial g_0}{\partial \alpha} = 0 \quad (3.47)$$

où on a posé :

$$g_0 = g(\underline{\eta}_{2,0}, \alpha), \quad q_0 = q(0, 0, g_0, \underline{\eta}_{2,0}), \quad r_0 = r(0, 0, g_0, \underline{\eta}_{2,0}) \quad (3.48)$$



b)

FIG. 21

Ainsi $\eta_{2,0}(\alpha)$ est solution de l'équation différentielle ordinaire (3.47) que nous supposons régulière ; cette fonction est donc régulière et univoquement déterminée par sa valeur initiale $\eta_{2,0}(0)$. Or, la solution cherchée de (ε) , étant, par hypothèse, régulière dans le rectangle $\mathcal{D} : Oacb$ et sur sa frontière aOb (cf. figure 21a et 21b), on doit avoir (cf. (3.42) et (3.46)) : $\eta_{2,0}(0) = \eta_{1,0}(0)$, en sorte que la valeur de $\eta_{2,0}(0)$ se déduit de la donnée $m_{1,0}(C_{1,0}, \xi_{1,0}, \eta_{1,0})$. Eu égard à (3.43) et à (3.46) on conclut donc que $m_{2,0}$ peut aussi être considérée comme une donnée a priori.

D'après ce qui précède, la recherche de la solution régularisable du problème dégénéré de Riemann-Goursat, posé relativement à (ε) et au rectangle dégénéré \widehat{OB} , se ramène à la résolution d'un problème régulier de Riemann-Goursat, posé relativement à (ε) et au rectangle $Oacb \subset O\alpha\beta$ dont les côtés Oa et Ob sont les images des multiplicités bicaractéristiques – dont celle de Oa est dégénérée – données paramétriquement a priori au moyen des formules (3.42) et (3.43).

La conclusion précédente a une portée considérable. D'une part, elle ramène les questions d'existence et d'unicité des solutions discontinues mais régularisables de (ε) à l'étude des problèmes réguliers, classiques de l'analyse mathématique. Mais il y a plus. Les brèves indications qui précèdent nous paraissent de nature à justifier les remarques de 3.5.5. et celles, préliminaires, du présent alinéa, que nous allons rappeler.

Tout d'abord, on voit a posteriori que plusieurs algorithmes résolutifs approchés concernant les problèmes singuliers aux limites posés relativement aux systèmes (ε) et utilisés depuis longtemps par des numériciens ne sont plus fondés sur des raisonnements intuitifs mais établis désormais sur des bases solides, ceci grâce au recours aux variables caractéristiques et à la notion des singularités régularisables. En second lieu, les modes de raisonnement qu'on vient de décrire sommairement permettent de construire les schémas numériques résolutifs des problèmes complexes en suivant une voie naturelle que l'on découvre sans avoir besoin de faire appel à l'intuition.

On notera qu'on a déjà exploité le système (ε) dans des cas particuliers (cf. par exemple, la référence [2]₁) ; on y trouvera le passage de la figure 21a à la figure 21b et un exemple d'utilisation du système (ε) en vue de la recherche des solutions régularisables, explicites de (ε) . Mais il semble que l'exposé qui précède soit plus systématique et plus général que le sont les exposés antérieurs.

3.5.4. Solutions de (ε) régularisables par morceaux

Jusqu'ici, nous nous sommes bornés à étudier le problème régulier de Riemann-Goursat ; cette hypothèse entraîne que : 1) chacune des données $m_i(C_{i,0}, \xi_j, \eta_j)$ est régulière, 2) la condition de compatibilité (3.38) est remplie. Or, il arrive souvent,

en pratique, que (3.38) ne soit pas vérifiée, en sorte que la solution cherchée ne peut être régulière en A . Postulant alors l'existence d'une – ou de plusieurs solutions – de (ε) assujetties à satisfaire les conditions frontières de Riemann-Goursat et présentant en A une singularité ponctuelle isolée, il est utile de reconnaître a priori, avec le maximum de précision, la nature analytique de celle-ci.

Le problème ainsi posé est un cas particulier du suivant :

Donnons-nous un domaine angulaire D_1 (cf. figure 22) dont la frontière \widehat{D}_1 est constituée par des courbes régulières $\widehat{AE}_1, \widehat{AE}_2$ telles que $\widehat{AE}_1 \cap \widehat{AE}_2 = A$ soit un point anguleux de \widehat{D}_1 . Posons-nous relativement à (ε) et à $(D_1 \cup \widehat{D}_1)$ le problème mixte ci-après : déterminer dans $(D_1 \cup \widehat{D}_1)$ une solution de (ε) assujettie à vérifier sur chacun des arcs \widehat{AE}_i ($i=1,2$) des conditions frontières données entraînant pour les inconnues la présence d'une singularité en A . La question, posée sous une forme aussi générale que vague, ne reçoit un sens précis qu'en particulierisant les données frontières. On trouvera en [7]₁ quelques exemples classiques de problèmes concrets de ce type, empruntés à la Mécanique des sols : mais on pourrait illustrer l'intérêt de l'énoncé qui précède par des références à beaucoup d'autres chapitres de la Mécanique des milieux continus. En s'inspirant des travaux précités, l'équipe de Grenoble a cherché à dégager les traits communs à toutes les méthodes employées pour traiter les problèmes de cette nature. Ces chercheurs ont été ainsi amenés à introduire la notion de solutions de (ε) régularisables par morceaux et dont voici la définition – dans le cas, du moins, où cette solution présente en A une discontinuité de première espèce, ponctuelle et isolée –.

Définition : On dit qu'une solution (ξ, η) de (ε) est régularisable en A par morceaux dans le domaine angulaire D_1 (cf. figure 22)

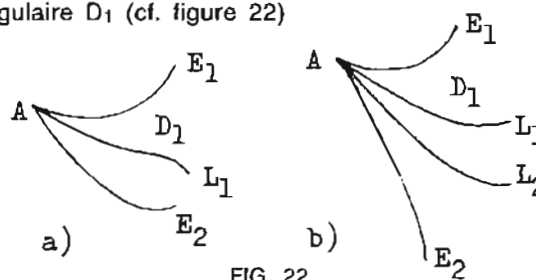


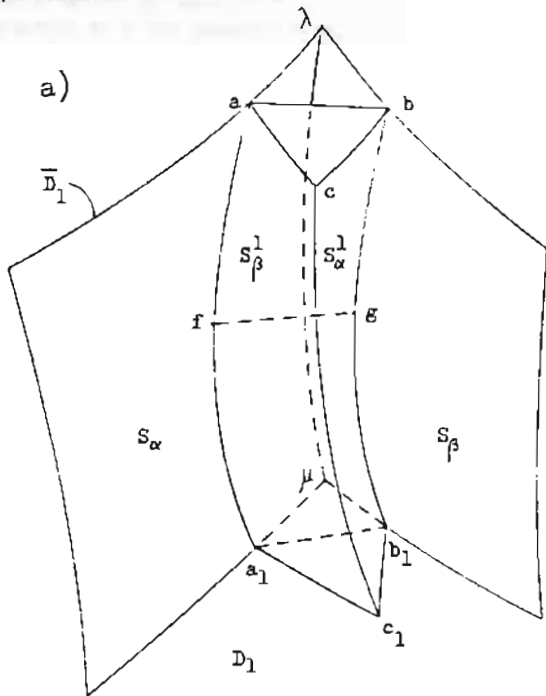
FIG. 22

limité par \widehat{AE}_1 et \widehat{AE}_2 lorsqu'on peut décomposer D_1 (cas a)) en deux au moins ou (cas b)) au plus trois domaines angulaires par des lignes \widehat{AL}_j régulières ($j = 1$ dans le cas a) et $j = 1,2$ dans le cas b)) inconnues a priori – sauf dans quelques circonstances très particulières – de façon que 1) dans le cas a) (ξ, η) soient régulières dans l'un des domaines : E_1AL_1 ou L_1AE_2 et seulement régularisable dans l'autre ; 2) dans le cas b), (ξ, η) sont régularisables dans le domaine L_1AL_2 et régulières dans les deux

autres : E_1AL_1 et L_2AE_2 ; 2) les conditions frontières le long de $\widehat{AE_1}$ et $\widehat{AE_2}$ soient satisfaites ; 3) (ξ, η) soient continues sur $(D_1 \cup \bar{D}_1)$ – le point A excepté – mais leurs gradients présentent des discontinuités de première espèce le long de chaque AL_j , en sorte que chacune de ces lignes est la trace d'une multiplicité bicaractéristique de (\mathcal{E}) singulière de la solution considérée de ce système.

La définition précédente appelle plusieurs remarques : 1) répétons, une fois encore, qu'il n'est pas certain a priori que les seules solutions d'un problème concret – à supposer qu'il en existe – sont nécessairement régularisables ; 2) dans les cas a) et b) de la figure 22, l'unicité des schémas résolutifs n'a pu être justifiée que dans des cas très particuliers ; on a, en effet, construit des exemples tels que, pour un même problème aux limites, il existe plusieurs schémas différents, répondant à la question où, en particulier, j change d'un cas à l'autre et peut être supérieur à 2 ; 3) en traitant un problème concret, il y a lieu, avant d'entreprendre le calcul – analytique ou numérique – de la solution, de s'assurer de la validité du schéma résolutif adopté ; pour fixer les idées, plaçons-nous dans l'éventualité b) de la figure 22 ; on sait que dans certains cas, les données frontières permettent de déterminer a priori $\widehat{AL_1}$ et AL_2 – en forme et en position –. Or, il peut arriver que les domaines angulaires $\subset D_1$ et limités par E_1AL_1 et L_2AE_2 empiètent l'un sur l'autre, rendant ainsi caduc le schéma initialement adopté ; cette circonstance peut encore se produire pour de nombreuses autres raisons.

Pour en finir avec cet aperçu sommaire, consacré aux singularités régularisables, signalons qu'un article étendu sur ce sujet est en cours de préparation à Grenoble : on y trouvera, en particulier, la démonstration de quelques propriétés générales des solutions régularisables, illustrées par de nombreuses applications.



3.5.5. Remarques finales

En dépit de leur caractère classique, nous avons cru utile de rappeler ci-dessus, avec quelques détails, plusieurs résultats concernant le système (\mathcal{E}) en vue de faciliter la lecture des alinéas qui suivent, consacrés au problème de Riemann-Goursat posé relativement à (E) , dont la théorie semble moins connue. En effet, la plupart des raisonnements qu'on vient de présenter au sujet de (\mathcal{E}) s'adaptent sans peine à (E) ; mais il importe aussi de souligner les différences spécifiques entre les deux cas précités qui tiennent à la différence des nombres de variables indépendantes et des inconnues et qui illustrent bien l'influence de ces deux entiers sur les propriétés des systèmes d'équations quasi-linéaires aux dérivées partielles de premier ordre (cf. pour ce dernier point [27]). C'est au § 3.7 que ces points seront abordés plus en détail.

3.5.6. Problème de Riemann-Goursat posé relativement à (E)

Etant donné un système hyperbolique de trois équations quasi-linéaires à trois inconnues u, v, ζ , à trois variables indépendantes x, y, t – système que nous noterons jusqu'à nouvel ordre $(E_{3,3})$ – posons-nous, relativement à $(E_{3,3})$ le problème aux limites ci-après auquel nous réserverons encore le nom de Riemann-Goursat et qui s'énonce ainsi :

Problème : On se donne deux multiplicités, régulières $M_\alpha(S_\alpha, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$ et $M_\beta(S_\beta, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$, bicaractéristiques distinctes de $(E_{3,3})$. [Rappelons que d'après nos conventions d'écriture (cf. 2.3.2) par exemple), la notation \underline{u} signifie qu'il s'agit d'une fonction de deux variables définie sur S_α ou S_β]. Notons D_1 , un des quatre dièdres à faces courbes S_α et S_β ; \bar{D}_1 , la frontière de D_1 ; $\widehat{\lambda\mu}$, la ligne-arête $S_\alpha \cap S_\beta$ de \bar{D}_1 .

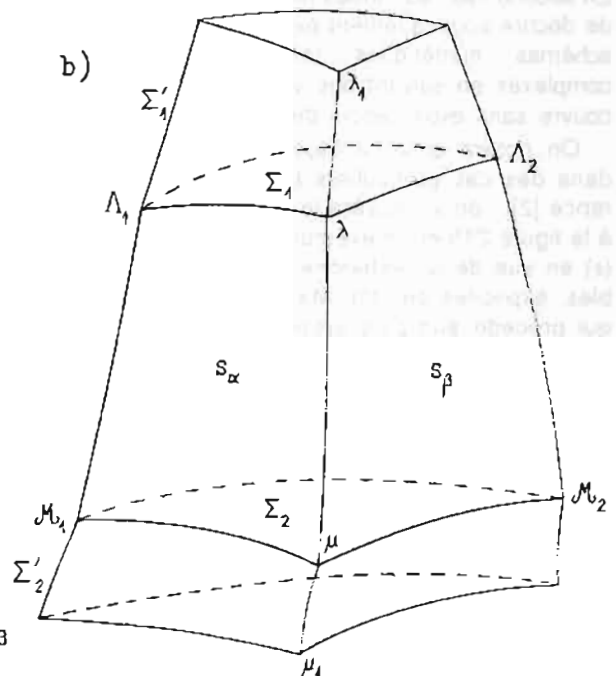


FIG. 23

On suppose que les données u, v, ζ sont régulières sur S_α et S_β , jusqu'à y compris la frontière commune $\widehat{\lambda\mu}$ de ces nappes de \bar{D}_1 , et qu'elles se raccordent le long de $\widehat{\lambda\mu}$ de manière à être continues sur \bar{D}_1 dans le voisinage de cette courbe. On demande de déterminer dans le voisinage $\subset (D_1 \cup \bar{D}_1)$ une solution régulière de (E_{3,3}) dont les inconnues u, v, ζ se réduisent sur chacune des faces S_α et S_β de \bar{D}_1 aux valeurs définies par les données M_α et M_β .

Remarques :

a) Le problème ainsi posé est essentiellement local puisque l'énoncé ne précise pas si S_α et S_β sont des nappes des surfaces bornées ou non et ne vise la détermination des inconnues que dans le voisinage de $\widehat{\lambda\mu}$, laissant de côté l'étude du comportement de u, v, ζ dans le voisinage de la frontière du domaine d'existence de la solution cherchée – frontière qui est, en général, une inconnue supplémentaire du problème –. Mais il est aisé d'étendre au cas actuel les raisonnements de l'alinéa 3.5.2 relatifs à la discussion de la nature des singularités régularisables de u, v, ζ le long de la frontière en cause : on pourra se reporter sur ce point à [25] où la question est abordée, dans le cas du système (x).

b) On a vu que dans le cas du système (E) il existe deux espèces de multiplicités bicaractéristiques : cette propriété est la conséquence du fait que le cône caractéristique de (E) se décompose. On notera que, dans ce cas particulier, les raisonnements qui suivent restent valables, que S_α et S_β soient ou non de la même famille et s'étendent à tous les systèmes hyperboliques quasi-linéaires de premier ordre à $p \geq 3$ inconnues et à $q \geq 3$ variables indépendantes, à cônes caractéristiques décomposables. On conçoit dès lors, la variété des situations qui peuvent se présenter dans cette éventualité lorsque p et q sont grands. Mais de telles circonstances ne peuvent, comme on sait, être réalisées pour les systèmes (x) : car le cône caractéristique correspondant se réduit alors à deux droites dont les pentes sont les racines d'une même équation du second degré, en sorte que le « cône » en cause, ne peut être considéré comme indécomposable au sens où nous l'entendons. Ainsi, le problème de Riemann-Goursat fournit un exemple banal, illustrant l'influence des entiers p et q sur la structure analytique du système considéré.

c) Observons que l'hypothèse de régularité, admise au sujet de S_α et S_β , entraîne la régularité de $\widehat{\lambda\mu} = S_\alpha \cap S_\beta$; il s'ensuit que u, v, ζ sont, le long de $\widehat{\lambda\mu}$, des fonctions régulières de l'abscisse curviligne de cet arc. C'est pourquoi nous dirons encore que le problème posé est régulier.

Pour résoudre le problème posé ci-dessus, nous suivrons la marche analogue à celle suivie au § 3.5.2 et schématisée sur la figure 20 (cf. aussi fig. 23a).

Traçons sur S_α et S_β des courbes régulières simples : $\widehat{aa_1} \subset S_\alpha$ et $\widehat{bb_1} \subset S_\beta$ et construisons la nappe Σ de surface réglée, régulière : $\Sigma = afa_1 b_1 gb_1$, $f \in \widehat{aa_1}$, $g \in \widehat{bb_1}$, affectant la forme d'un quadrilatère

courbe, engendré par une famille de segments rectilignes fg , dépendant d'un seul paramètre (par exemple, l'abscisse curviligne de f sur $\widehat{aa_1}$), de « petites » longueurs, de sorte que les arcs $\widehat{aa_1}$ et $\widehat{bb_1}$ sont « voisins » de $\widehat{\lambda\mu}$, ce qui entraîne, à son tour, que Σ est « voisine » de $\widehat{\lambda\mu}$. Soient alors : P , un point arbitraire $\in \widehat{\lambda\mu}$; $C(P)$, le cône caractéristique, défini sans ambiguïté en raison de la continuité des u, v, ζ sur \bar{D}_1 dans le voisinage de $\widehat{\lambda\mu}$; M , un point arbitraire $\in \Sigma$; $\pi(M)$, le plan tangent en M à Σ . Il est alors clair qu'on peut construire une infinité de surfaces Σ possédant la propriété suivante : si M appartient à un voisinage assez petit de P , $\pi(M)$ ne peut être « approximativement parallèle » à un plan tangent de $C(P)$. Supposons alors que le problème posé admet une solution – qui est, par hypothèse régulière – ; il s'en suit que dans le voisinage considéré de P , le cône caractéristique $C(M)$ diffère peu de $C(P)$, de sorte que la portion de Σ appartenant à ce voisinage ne peut être porteuse d'une multiplicité bicaractéristique de la solution.

Cela étant, adoptons le long de chaque serment générateur de Σ , tel que fg , une approximation linéaire de u, v, ζ , qu'on explicitera à partir des valeurs de ces inconnues, données a priori en f et en g . Il résulte alors de ce qui précède que la multiplicité $m(\Sigma, u, v, \zeta)$, ainsi définie, est régulière et normale, en sorte que le problème de Cauchy correspondant possède une solution régulière et une seule, déterminée approximativement dans les deux tronçons de tubes « pseudo-prismatiques » dont les « bases » sont des « petits » triangles (qu'on peut regarder comme plans) : $a\lambda b$ et $a_1\mu b_1$ d'une part et abc et $a_1b_1c_1$ d'autre part et dont les faces courbes : $a\lambda\mu a_1 \subset S_\alpha$ et $b\lambda\mu b_1 \subset S_\beta$ d'une part et $aca_1 a_1 = S_\beta^1$ et $bcb_1 b_1 = S_\alpha^1$ d'autre part, sont porteuses des multiplicités bicaractéristiques telles que S_β et S_β^1 (ou S_α et S_α^1) appartiennent à la même famille : cela veut dire que si la longueur des segments générateurs fg de Σ est « petite », le quadrilatère $a\lambda bc$ (ou $a_1\mu b_1 c_1$) différera peu d'un parallélogramme.

Dès lors, la méthode décrite en 3.5.2 s'adapte immédiatement à la situation présente : on résoudra d'abord approximativement le problème de Riemann-Goursat à partir des multiplicités bicaractéristiques désormais données : $M(S_\alpha, u, v, \zeta)$ et $M(S_\beta^1, u, v, \zeta)$ d'une part et $M(S_\beta, u, v, \zeta)$ et $M(S_\alpha^1, u, v, \zeta)$ d'autre part et on poursuivra ensuite ces opérations jusqu'à la portion (qui peut être rejetée à l'infini) de la frontière de la zone d'influence de la solution et, même, qui peut, aussi, faire partie de la frontière du domaine d'existence de celle-ci : rappelons que dans le cas des systèmes (x) l'arc $\widehat{E_1HE_2}$ joue un rôle analogue (cf. fig. 20).

À présent nous allons compléter la définition de la frontière de la zone d'influence des données $M(S_\alpha, u, v, \zeta)$ et $M(S_\beta, u, v, \zeta)$ que nous noterons provisoirement M_α et M_β , pour abrégé les écritures. À cet effet, nous admettrons que S_α et S_β affectent

la forme de quadrilatères courbes : $\lambda\lambda_1\mu_1\mu$ et $\lambda\lambda_2\mu_2\mu$ (cf. fig. 23a et 23b), limités par des arcs simples et réguliers tels que $\widehat{\lambda\lambda_1}$ etc. Appelons alors σ_1 (ou σ_2) la surface polyédrale dont les facettes sont de petits triangles plans, tels que $a\lambda b$, acb , etc. (ou $a_1\mu b_1$, $a_1c_1b_1$, etc.). A titre d'exemple, précisons que le sommet h du triangle $ach \in \sigma_1$, contigu à abc , sera choisi arbitrairement sur la portion régulière de \bar{D}_1 , telle que $a \in \bar{D}_1$. Alors, la solution approchée de $(E_{3,3})$ sur ach se déduit de celle antérieurement déterminée sur abc par le procédé décrit dans le texte. On a vu ci-dessus qu'en raison des hypothèses de régularité postulées au sujet des données, le quadrilatère $a\lambda bc$ (ou $a_1\mu b_1c_1$) est « voisin » d'un parallélogramme si les longueurs de ses côtés sont « petites ». Il en sera de même de toutes les facettes des surfaces σ_1 et σ_2 si on réduit suffisamment les diamètres des facettes génératrices de celles-ci. Faisons tendre vers zéro les dimensions des facettes en cause. Négligeant alors, une fois de plus, le problème de la convergence de ce processus d'approximations, nous admettons qu'en passant à la limite, σ_1 et σ_2 tendent respectivement vers les surfaces Σ_1 et Σ_2 régulières. Observons maintenant que le choix des courbes $\widehat{aa_1}$ et $\widehat{bb_1}$ comportant une large part d'arbitraire, il est loisible de supposer qu'à chaque étape du processus résolutif aucune facette de σ_1 et de σ_2 n'est tangente en aucun de ses points au cône caractéristique $C(M)$ – ou à ses composantes éventuelles, telles que la droite δ_M (cf. alinéa 2.3.2 de la première partie de ce mémoire) –. Il s'ensuit qu'une fois déterminées au terme des calculs précédents, les deux multiplicités $m(\Sigma_i, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$, sont normales. Notons alors Σ'_i les frontières de leurs zones d'influence respectives, extérieures au domaine limité par D_1 , Σ_1 et Σ_2 des données $m(\Sigma_i, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$. D'après cela, la frontière de la zone d'influence des données $M(S_\alpha, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$ et $M(S_\beta, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$ comprendra \bar{D}_1 , Σ'_1 et Σ'_2 (cf. fig. 23b) ainsi qu'une portion, analogue à \bar{D} (cf. fig. 20) et continue dans le dièdre limité par \bar{D}_1 , Σ_1 , Σ_2 , que nous n'avons pas représentée sur la figure 23b. Rappelons que les Σ'_i possèdent nécessairement des singularités décrites en 3.2.3 (cf. fig. 8, 9, 10 – troisième partie (A) –). Pour simplifier, on s'est contenté de représenter sur la figure 23b les seules singularités imposées a priori par les données, à savoir les lignes arêtes $\widehat{\lambda\lambda_1} \subset \Sigma'_1$ et $\widehat{\mu\mu_1} \subset \Sigma'_2$ qui prolongent dans les deux sens l'arête $\widehat{\lambda\mu} \subset \bar{D}_1$.

Ce qui précède met en évidence les analogies entre les méthodes résolutives approchées du problème régulier de Riemann-Goursat posé relativement aux systèmes (\mathcal{E}) et $(E_{3,3})$. Il convient maintenant de rappeler les différences entre les algorithmes déjà décrits en 3.5.2 et 3.5.6. Nous ne citerons ci-après, à titre d'exemples – qui semblent significatifs – que les propriétés des systèmes $(E_{3,3})$ qui n'ont pas d'homologues dans la théorie des systèmes (\mathcal{E}) .

a) Le cône caractéristique $C(M)$ peut se décomposer en une droite et un cône du second degré ou en trois droites distinctes, non coplanaires.

b) Il s'ensuit que dans l'éventualité de la décomposition du cône caractéristique, les surfaces porteuses des multiplicités bicaractéristiques peuvent appartenir à une ou trois familles distinctes possédant la propriété (π) (cf. § 2.1.11, page 6).

c) En (3.5.6), on a montré que la zone d'influence des données $M(S_\alpha, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$ et $M(S_\beta, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$ comprend les domaines limités par Σ_i et Σ'_i ($i=1,2$). Ce fait n'a pas d'homologue dans la théorie des systèmes (\mathcal{E}) .

d) Il résulte de la construction, schématisée sur la figure 23a que la surface coordonnées S_β^1 (ou S_α^1) de la famille $\beta = \text{const.}$ (ou $\alpha = \text{const.}$) est uniquement déterminée par la donnée de $\widehat{aa_1}$ (ou $\widehat{bb_1}$), dont le choix est dans une large mesure arbitraire ; il en est de même de chaque surface coordonnée de la famille considérée. Il s'ensuit que la solution du problème de Riemann-Goursat – qui est unique – admet une infinité de représentations paramétriques différentes en variables caractéristiques à chacune desquelles correspond un système défini de systèmes des surfaces coordonnées : $S_\alpha, S_\beta, S_\gamma$. Rappelons que cette remarque s'applique aussi au problème de Cauchy.

3.5.7. Solutions de $(E_{3,3})$ régularisables et solutions régularisables par morceaux

Nous admettons que les résultats de 3.3.2_{IV}, établis pour le système (E) ont été étendus aux systèmes généraux $(E_{3,3})$. Cette extension ne soulève aucune difficulté. Pour la commodité du lecteur, nous avons reproduit, sous forme condensée, les résultats antérieurs, exposés en 2.3, en 3.2, 3.3 et dans la note intitulée « rectifications et compléments, etc. » parus précédemment. Les renvois à ce dernier texte sont indiqués par R.C.

La définition d'une solution régularisable de $(E_{3,3})$ est identique à celle, déjà donnée en 3.3.2 dans le cas particulier où $(E_{3,3})$ se réduit à (E) et aussi, en accord avec celle de 3.5.3 énoncée relativement au système (\mathcal{E}) , comme nous l'avons annoncé. Nous indiquerons ci-après quelques différences existant entre les propriétés des solutions régularisables des deux systèmes ci-dessus mentionnés.

Soit une solution du système $(e_{3,3})$, associé à $(E_{3,3})$, définie et régulière dans le domaine \mathcal{D} . Reprenant les notations de 3.3.2, nous allons appliquer les conclusions de cet alinéa à l'étude des solutions régularisables du problème de Riemann-Goursat. Admettons donc que l'ensemble $q \subset \mathcal{D}$ de points (α, β, γ) qui vérifient l'équation :

$$\frac{\partial(x, y, t)}{\partial(\alpha, \beta, \gamma)} = 0 \quad (3.49)$$

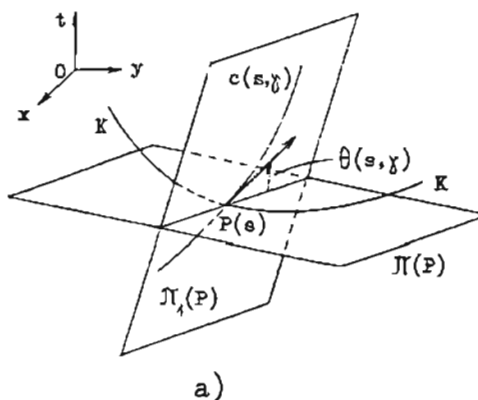
ne soit pas vide. Rappelons (cf. 3.3.2) que si q et son image $Q \subset D$ dans l'application $(\alpha, \beta, \gamma) \Rightarrow (x, y, t)$ sont deux surfaces régulières, non dégénérées, notées respectivement σ et Σ , deux éventualités peuvent se présenter a) Σ est l'enveloppe d'une famille de surfaces coordonnées : S_γ ,

pour fixer les idées ; b) Σ est le lieu des points singuliers des S_γ . On a vu que dans la première éventualité la solution considérée de $(E_{3,3})$ est régulière dans le voisinage de Σ (cf. les alinéas 2.3.4_{III}, 2.3.5_{III} et R.C.) ; sinon, la condition (2.51_{III}) ne serait pas satisfaisante, en sorte que le système de courbes : $K_\alpha = S_\alpha \cap d(t_0)$, $K_\beta = S_\beta \cap d(t_0)$, $K_\gamma = S_\gamma \cap d(t_0)$ ne réaliserait pas la triangulation du domaine $d(t_0)$ (cf. pour les notations page 10_{III}) dans le voisinage de la courbe K_γ . Il suffit alors de trianguler $d(t_0)$ pour en déduire une représentation paramétrique régulière de la solution considérée de $(E_{3,3})$, c'est-à-dire telle que, moyennant ce changement des variables α, β, γ , (3.49) n'aurait pas de solution. Nous pouvons, dès lors, laisser de côté l'éventualité a) ci-dessus, puisque nous portons notre attention uniquement sur les solutions discontinues mais régularisables du système étudié. Pour la même raison nous écartons l'éventualité b). Ainsi, étant donné une solution régulière du système $(e_{3,3})$, associé à $(E_{3,3})$, la condition d'existence des racines réelles de (3.49) est seulement nécessaire mais non suffisante pour que la solution considérée représente paramétriquement une solution discontinue mais régularisable de $(E_{3,3})$. Observons que ce résultat n'a pas d'analogue dans le cas des systèmes (\mathcal{E}) . En effet (cf. [7]_I, pp. 52-54 ; les raisonnements auxquels on renvoie et qui sont développés pour un cas particulier s'étendent sans peine à un système (\mathcal{E}) quelconque), on sait que l'enveloppe des traces $C_i, i = 1, 2$, sur Oxy d'une famille des multiplicités bicaractéristiques, génératrices de la solution considérée de (\mathcal{E}) marque – sauf cas exceptionnels dépourvus d'intérêt physique – la frontière du domaine d'existence des inconnues $\xi(x, y), \eta(x, y)$ de (\mathcal{E}) , le long de laquelle l'une au moins des valeurs $|\text{grad } \xi|$ ou $|\text{grad } \eta|$ est infinie.

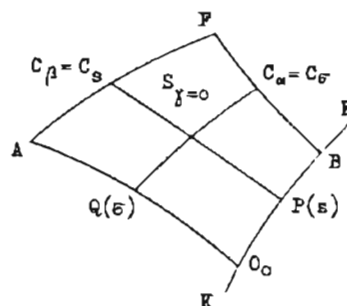
Passons maintenant à l'examen du cas où Q dégénère en une courbe régulière $K \subset D$ – qui peut, éventuellement, se réduire à un point isolé. Nous porterons notre attention, comme ci-dessus, uniquement sur les solutions régularisables de $(E_{3,3})$ pour lesquelles K constitue une ligne de discontinuité. D'après ce qui précède il ne peut en être ainsi dans le cas du système (E) que si K est l'enveloppe de la famille de surfaces S_γ (pour fixer les idées) intégrales de (2.11)_{III}. Pour étudier la nature de la singularité que la solution considérée de $(E_{3,3})$, supposée régularisable, présente dans le voisinage de K , nous allons adapter au cas actuel les raisonnements de l'alinéa 3.5.3, consacrés au problème analogue, posé relativement au système (\mathcal{E}) . Comme nous nous appuyons sur les résultats des alinéas 3.4.2 et 3.4.4, nous adopterons ci-après les notations voisines de celles qui y sont utilisées.; c'est pourquoi nous nous écarterons, en grande partie, de celles de l'alinéa 3.3.2 et du R.C. (cf. [26]).

Soient donc : une solution régularisable de $(E_{3,3})$ dans D , représentée paramétriquement par une solution de $(e_{3,3})$, régulière dans \mathcal{D} ; S_γ une famille de surfaces bicaractéristiques de la solution corres-

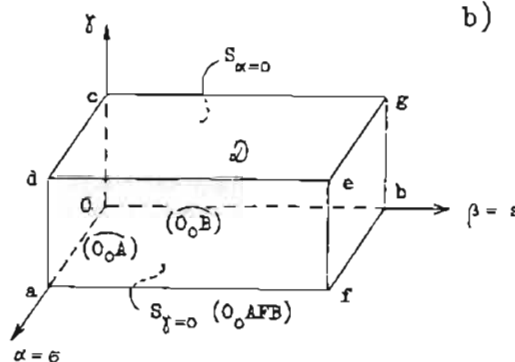
pondante, paramétrée par γ et intégrales de l'équation jouant vis-à-vis de $(E_{3,3})$ le rôle que joue (2.11)_{III} vis-à-vis de (\mathcal{E}) ; K , la courbe-enveloppe de la famille des S_γ . Conformément à la méthode de 3.5.3, nous commencerons par choisir, d'une manière appropriée à la nature de la question, les variables caractéristiques α, β et γ . Notons : P , le point courant $\in K$ (désigné par P' en 3.4.4 : cf. fig. 18v) ; s , son abscisse curviligne sur la courbe K , supposée orientée ; $\underline{x} = \underline{x}(s), \underline{y} = \underline{y}(s), \underline{t} = \underline{t}(s)$, les équations paramétriques de K , dont les seconds membres sont des fonctions régulières de s ; $\pi(P)$, le plan osculateur à K en P ; $\pi_1(P)$, le plan normal à K en P ; (noté ν sur la fig. 18) ; $c(\gamma, s)$, la courbe définie par $S_\gamma \cap \pi_1(P)$; $\underline{\theta} = \underline{\theta}(s, \gamma)$, l'angle que forme $\pi(P)$ avec $c(\gamma, s)$ qu'on supposera orienté (à noter que $\underline{\theta}(s, \gamma)$ n'a pas la même signification sur la figure 24a que sur la figure



a)

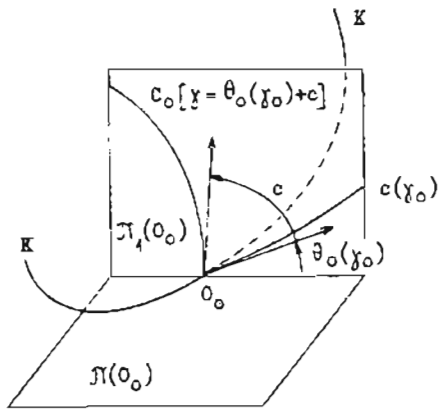


b)

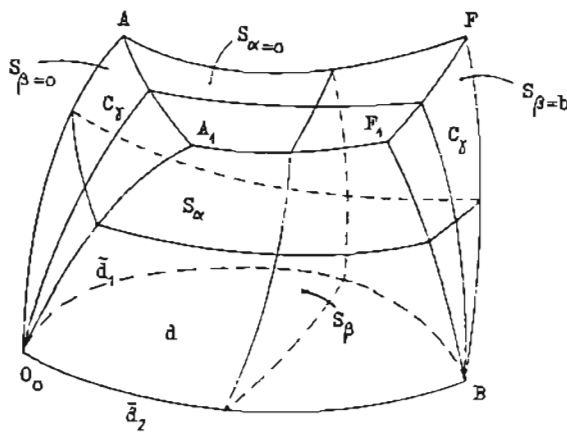


c)

FIG. 24 a, b, c



d)



e)

FIG. 24 d, e

18) ; O_0 , l'origine des arcs sur K ; dans la suite on affectera de l'indice zéro tous les éléments géométriques, ci-dessus introduits, relatifs au point O_0 , comme, par exemple : $\pi(O_0)$, $\underline{\theta}_0 = \underline{\theta}_0(\gamma)$; $\alpha(\gamma) = S_\gamma \cap \pi_1(O_0)$, etc. (cf. fig. 24a). Cela étant,

remarquons que les raisonnements de l'alinéa 3.5.3, justifiant la monotonie de l'angle $\theta(\alpha, \beta)$ – défini par (3.45) en tant que fonction de α seul, β étant supposé fixé – s'appliquent à l'angle $\theta(s, \gamma)$ qu'on vient d'introduire : $\forall s$, supposé fixé, θ est encore une fonction monotone de γ qu'on peut supposer croissante. Il en est donc, en particulier, de même pour $\underline{\theta}_0(\gamma)$, en sorte qu'il est loisible de poser $\gamma = \underline{\theta}_0$ (on comparera le raisonnement du texte à celui de l'alinéa 3.3.3v), en remarquant que la plus petite valeur prise par $\underline{\theta}_0$ (cf. fig. 24d) est nulle ; on notera, dès lors, $S_{\gamma=0}$, la surface S_γ correspondant à $\gamma=0$; alors, $\underline{\theta}_0(\gamma=0) = 0$.

Cela étant, soient : O_0AFB , le quadrilatère courbe, découpé sur $S_{\gamma=0}$, tel que $\widehat{O_0B} \subset K$, chacun des arcs

$\widehat{O_0B}$, \widehat{BF} , \widehat{FA} et $\widehat{AO_0}$ étant régulier ; σ , l'abscisse curviligne du point courant $Q(\sigma) \in \widehat{O_0A}$, comptée à partir de O_0 ; C_σ et C_s , deux familles de courbes, tracées sur $S_{\gamma=0}$, paramétrées par σ et s et issues de $Q(\sigma)$ et $P(s)$ respectivement, qui définissent sur $S_{\gamma=0}$ un système régulier de coordonnées curvilignes (cf. fig. 24b), tel que l'on ait : $\lim_{\sigma \rightarrow 0} C_\sigma = \widehat{O_0B}$;

$\lim_{\sigma \rightarrow a} C_\sigma = \widehat{AF}$; $\lim_{s \rightarrow 0} C_s = \widehat{O_0A}$; $\lim_{s \rightarrow b} C_s = \widehat{BF}$; (a et b sont définis ci-après) ; S_σ et S_s , deux familles de surfaces régulières – si $\sigma > 0$ (strictement) –, porteuses des multiplicités bicaractéristiques régulières relatives à la solution régularisable considérée de $(E_{3,3})$, telles que $S_\sigma \cap S_{\gamma=0} = C_\sigma$ et $S_s \cap S_{\gamma=0} = C_s$, car les S_σ sont distinctes de $S_{\sigma=0}$. Il résulte alors des hypothèses de régularité, énoncées relativement à la solution considérée de $(E_{3,3})$ que l'ensemble des trois familles régulières S_σ , S_s et S_γ forme dans D un système de coordonnées curvilignes qui ne vérifie (3.49) dans tout voisinage assez petit de $\widehat{O_0B}$ que sur cette courbe elle-même. Il est donc loisible de poser $\alpha = \sigma$, $\beta = s$. Notons alors a et b les longueurs des arcs $\widehat{O_0A}$ et $\widehat{O_0B}$ respectivement, d'une part, et c , l'étendue de l'intervalle des variations de γ , d'autre part : on observera que c est une donnée a priori dans la plupart des cas concrets. Ainsi, on est amené à définir la solution régulière de $(E_{3,3})$, génératrice de la solution régularisable cherchée de $(E_{3,3})$, dans le parallélépipède rectangle \mathcal{D} : $\alpha \in [0, a]$; $\beta \in [0, b]$; $\gamma \in [0, c]$, donné a priori, dont nous notons $\overline{\mathcal{D}}$ la frontière.

Après ces préliminaires, destinés à fixer les conventions d'écriture et à énoncer les hypothèses de régularité, nous sommes en mesure d'exposer la méthode de réductions à un problème régulier de Riemann-Goursat – posé relativement à $(E_{3,3})$ – de la question évoquée au début du présent alinéa et que nous formulerons ci-après d'une façon plus précise.

Rappelons et précisons pour la commodité du lecteur que dans le cas du problème de Riemann-Goursat, posé relativement au système (ε) , la donnée des inconnues x, y, ξ, η le long des segments $O\alpha_1 \in Oa$ et $O\beta_2 \in Ob$ (cf. fig. 21b) détermine univoquement la solution cherchée dans le rectangle $\alpha \in [0, \alpha_1]$, $\beta \in [0, \beta_2]$ du plan $O\alpha\beta$ d'une part et qu'elle n'est pas prolongeable à partir de ces seules données, à travers les côtés de ce rectangle. Ce résultat traduit le fait que dans le plan Oxy (cf. fig. 20) la zone d'influence des données $m_1(M_{0,0}M_{2,0}, \underline{\xi}, \underline{\eta})$ et $m_2(\underline{M}_{0,0}M_{0,1}, \underline{\xi}, \underline{\eta})$ se réduit strictement au quadrilatère curviligne $M_{0,0}M_{0,1}M_{2,1}M_{2,0}$, en sorte que la solution du problème de Riemann-Goursat correspondant n'est pas prolongeable à travers les arcs $\widehat{M_{2,0}M_{2,1}}$ et $\widehat{M_{0,1}M_{2,1}}$. Au contraire, nous avons prouvé directement que la solution du problème de Riemann-Goursat, posé relativement aux données $M_\alpha(S_\alpha, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$ et $M_\beta(S_\beta, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$ est prolongeable à partir de ces données seules (cf. 3.5.6 et

la fig. 23b) à travers les surfaces Σ_1 et Σ_2 qui jouent relativement à $(E_{3,3})$ le rôle que jouent relativement à (E) les arcs $\widehat{M_{2,0}M_{2,1}}$ et $\widehat{M_{0,1}M_{2,1}}$ (cf. la remarque finale de 3.5.6).

Or il est utile, en vue des applications (cf. l'alinéa 3.5.8), de connaître des méthodes de prolongement (quand celui-ci est possible) de la solution cherchée de $(e_{3,3})$ à travers $\bar{\mathcal{D}}$. Dans la suite nous décrivons un procédé qui permet de réaliser un tel prolongement et qui est fondé sur les raisonnements voisins de ceux exposés dans les commentaires de la figure 23b ; mais on constatera à cette occasion que la détermination de la zone d'influence des données du problème dégénéré de Riemann-Goursat se heurte encore aux difficultés analogues à celles analysées en 3.5.2 (cf. les commentaires à la fig. 20). C'est pourquoi nous commencerons par l'examen du cas où la solution dégénérée est définie dans tout le domaine \mathcal{D} , caractérisé par le choix de a, b, c (cf. fig. 24c). Il nous a semblé, en effet, que l'adoption de cette hypothèse simplificatrice permet de mieux dégager l'essentiel de la théorie des singularités régularisables des solutions de (E) . Voici donc la situation que la solution cherchée de $(e_{3,3})$ doit décrire.

On se donne dans $Oxyt$ une multiplicité régulière $M(S_{\gamma=0}, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$, bicaractéristique de $(E_{3,3})$, dont le support est constitué, par le quadrilatère courbe O_0AFB (cf. fig. 24b) et dont les côtés sont des arcs de courbes régulières, le côté $\widehat{O_0B}$ ayant une orientation d'espace en chacun de ses points. On demande d'indiquer un algorithme destiné, d'une part ; 1) à construire une solution régularisable de $(E_{3,3})$ possédant les propriétés suivantes : a) les inconnues u, v, ζ sont définies dans un domaine D dont la frontière \bar{D} contient O_0AFB ; b) u, v, ζ se réduisent aux données sur O_0AFB : $\underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$, respectivement ; c) u, v, ζ sont régulières sur $(D \cup \bar{D})$, sauf le long de la ligne de la discontinuité de première espèce (dont la nature sera explicitée ci-après) : $\widehat{O_0B}$, et, d'autre part, 2) à préciser les arbitraires dont dépend une telle solution.

Grâce aux résultats de 3.3.2 et de R.C. (cf. [26]), évoqués au début du présent alinéa, l'énoncé précédent, d'apparence encore un peu vague, se ramène immédiatement à une forme très analogue à celui de l'alinéa 3.5.3, posé relativement au système (E) . On a vu, en effet que $\widehat{O_0B}$ ne peut être ligne de discontinuité d'une solution régularisable de $(E_{3,3})$ que si elle est l'enveloppe dégénérée d'une famille de surfaces S_γ à un paramètre. Il s'en suit que \bar{D} contiendra non seulement $S_{\gamma=0}$ mais aussi une autre surface de la famille que nous noterons S_c en nous rappelant que, d'après les conventions adoptées ci-dessus, on a : $\gamma \in [0, c]$. Quant à la détermination d'autres portions de \bar{D} , on fera appel aux raisonnements qui généralisent ceux de l'alinéa 3.5.6 destinés à commenter la figure 23b et que nous développerons ci-après à propos d'un exemple concret, relatif au système (E) .

Cela étant, reprenons les notations introduites relativement à la figure 24 – en particulier celles concernant le choix des variables α, β, γ –. Soit donc une solution de $(e_{3,3})$, régulière sur \mathcal{D} et sur sa frontière $\bar{\mathcal{D}}$ (cf. fig. 24c), répondant à la question posée. Rappelons que, d'après cela, l'ensemble q , homologue de $Q = \widehat{O_0B}$ dans l'application $(x, y, t) \Rightarrow (\alpha, \beta, \gamma)$ ainsi définie est une surface régulière $\sigma \subset (\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}})$ (cf. pour les notations et le résultat précédent les alinéas 3.3.2, 3.3.3 et le R.C.), point que nous préciserons ci-après.

Nous supposons qu'une telle solution de $(e_{3,3})$ existe et nous allons expliciter les conditions qui lui sont imposées a priori.

Il résulte d'abord des hypothèses de régularité admises que l'application : $(\alpha, \beta, \gamma) \Rightarrow (x, y, t)$ en cause est régulière et bijective sur $Oafb$ et sur le périmètre de ce rectangle ; car, toutes les surfaces S_γ – et, en particulier, $S_{\gamma=0}$ – sont régulières, par hypothèse, le long de leur enveloppe $\widehat{O_0B}$ d'une part et admettent des représentations paramétriques régulières sur $\widehat{O_0B}$ au moyen de la solution considérée de $(e_{3,3})$ d'autre part. Comme la multiplicité bicaractéristique $M(S_{\gamma=0}, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$ est régulière et donnée a priori (toujours en vertu des hypothèses), on voit que les six inconnues de $(e_{3,3})$ se réduisent sur $Oafb$ à des fonctions $\underline{x} = x(\alpha, \beta, 0)$ etc., régulières et données a priori. Cela justifie en particulier, les trois relations :

$$\begin{aligned} x(0, \beta, 0) &= \underline{x}(\beta) = \underline{x}(s) ; y(0, \beta, 0) = \underline{y}(\beta), \\ t(0, \beta, 0) &= \underline{t}(\beta), \beta \in [0, b] \end{aligned} \quad (3.50)$$

dont les seconds membres sont des données, puisqu'elles définissent paramétriquement $\widehat{O_0B}$.

Déterminons maintenant la surface $q \equiv \sigma$. Il est d'abord évident que $\sigma \subset \bar{\mathcal{D}}$. Car \bar{D} contient, comme on l'a vu, les deux surfaces $S_{\gamma=0}$ et $S_{\gamma=c}$ et, par suite, leur intersection $\widehat{O_0B}$; il en sera donc de même des homologues de ces ensembles sur $(\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}})$. Toujours en vertu des hypothèses de régularité, toutes les surfaces $S_\alpha, \alpha \in [0, a]$ sont régulières (cf. fig. 24b et 24c) ; si $\alpha > 0$ (strictement) l'application $(x, y, t) \Rightarrow (\alpha, \beta, \gamma)$ est alors bijective sur chacune des surfaces S_α et sa frontière \bar{S}_α dont l'homologue sur $(\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}})$ est le rectangle-section de ce domaine par le plan $\alpha = \text{const.}, \alpha \in [0, a]$. Voyons alors ce qu'il en est de la surface $S_{\alpha=0}$, qui passe par la courbe $C_{\alpha=0} \equiv \widehat{O_0B}$. D'après ce qui précède, $S_{\alpha=0}$ est encore représentable paramétriquement au moyen d'une solution régulière de $(e_{3,3})$ mais, pour l'instant, on peut affirmer seulement que son homologue $\sigma \subset \bar{\mathcal{D}}$ est situé dans le plan $\alpha = 0$, c'est-à-dire sur la face $O_bgc \subset \bar{\mathcal{D}}$. Cela étant, traduisons en variables α, β, γ la condition imposée a priori à la solution considérée de $(e_{3,3})$, propriété qu'on peut noter géométriquement : $S_\gamma \cap Q = \widehat{O_0B}, \forall \gamma \in [0, c]$. A cet effet, observons que S_γ a pour homologue dans $(\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}})$ le rectangle-section de ce domaine par le plan

$\gamma = \text{const.}$: il en résulte que l'homologue de $S_\gamma \cap Q$ se trouve sur le segment $\alpha = 0, \gamma = \text{const.}$ de $Obgc$. Comme β varie de 0 à b sur $\widehat{O_0B}$; on en déduit que, $\gamma \in [0, c]$, on a :

$$x(0, \beta, \gamma) = \underline{x}(\beta), y(0, \beta, \gamma) = \underline{y}(\beta), t(0, \beta, \gamma) = \underline{t}(\beta) \tag{3.51}$$

Ainsi, les inconnues x, y, t de $(e_{3,3})$ se réduisent sur $Obgc$ à des fonctions données. De plus, il résulte de (3.51) que la surface $S_{\alpha=0}$ est dégénérée en la courbe $\widehat{O_0B}$. Cette remarque a été faite souvent à propos de systèmes particuliers $(E_{3,3})$ mais ne semble pas avoir été jusqu'ici présentée comme l'énoncé d'une propriété commune à tous les systèmes des types (\mathcal{E}) et $(E_{3,3})$.

Nous reviendrons sur ce point ci-après.

Observons maintenant qu'une simple inspection des figures 24b et 24c suffit à justifier les relations :

$$\begin{aligned} x(\alpha, 0, 0) &= \underline{x}_1(\alpha), y(\alpha, 0, 0) = \underline{y}_1(\alpha), t(\alpha, 0, 0) = \underline{t}_1(\alpha) \\ &\alpha \in [0, a] \\ x(\alpha, b, 0) &= \underline{x}_2(\alpha), y(\alpha, b, 0) = \underline{y}_2(\alpha), t(\alpha, b, 0) = \underline{t}_2(\alpha) \end{aligned}$$

dont les seconds membres constituent les équations paramétriques des arcs : $\widehat{O_0A}$ et \widehat{BF} ; ce sont donc des données a priori et on voit que les segments Oa et bf (cf. fig. 24c) sont les homologues $\subset \bar{\mathcal{D}}$ de ces deux arcs respectivement. L'ensemble de ces résultats permet déjà de préciser l'allure des images dans $(\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}})$ des quatre rectangles donnés : $Oatb$, puis $Oadc$, $bfeq$ et $cdeg \subset \bar{\mathcal{D}}$ – images qui sont, pour l'instant, des inconnues du problème –. En vertu des hypothèses, faites ci-dessus et traduites par les relations telles que : $\lim_{\alpha \rightarrow 0} C_\alpha = \widehat{O_0B}$ etc., on voit (cf. la

fig. 24e) qu'aux rectangles : $Oadc$ et $bfeq$ correspondent respectivement dans $\bar{\mathcal{D}}$ les deux nappes de surfaces coordonnées : $S_{\beta=0} = O_0AA_1O_0$ et $S_{\beta=b} = BFF_1B$, chacune desquelles affecte la forme des triangles courbes, alors que le rectangle $adef$ admet pour homologue le quadrilatère courbe AA_1F_1F . D'après cela, les arcs $\widehat{AA_1}$ et $\widehat{FF_1}$ seront, en général, les arêtes de la frontière de l'image de $\bar{\mathcal{D}}$ dans D . De l'ensemble des conclusions qui précèdent il résulte que les trois premières inconnues, x, y, t de $(e_{3,3})$ ne sont des données a priori que sur les faces $\alpha = 0$ et $\gamma = 0$ de $\bar{\mathcal{D}}$. Sur la figure 24e on a représenté l'onglet $O_0BFAO_0A_1F_1BO_0$, dont $\widehat{O_0B}$ est une des arêtes, ainsi que les sections de ce domaine par les surfaces coordonnées $S_\alpha, S_\beta, S_\gamma$. Ce dernier résultat rend intuitivement évident la relation $\lim_{\alpha \rightarrow 0} C_\alpha = \widehat{O_0B}$ qu'on a établi analytiquement ci-dessus

en interprétant la relation (3.51). Car la courbure de la surface S_α varie très vite dans le voisinage de C_α si α est petit – ceci en raison de la discontinuité des u, v, ζ le long de $\widehat{O_0B}$ – ; S_α se présente alors sous forme d'une portion de tube comprise entre

$S_{\gamma=0}$ et $S_{\gamma=c}$ dont la section tend vers 0 avec α . Mais il convient d'insister sur le fait que dans le cas d'un système $(E_{3,3})$ la validité de la conclusion précédente tient uniquement au choix du réseau des lignes coordonnées C_α, C_β et, spécialement, à la relation $\widehat{O_0B} = C_{\alpha=0}$; elle ne subsiste pas si on prend pour les C_α et C_β des familles de courbes telles que chaque $C_\alpha \cap \widehat{O_0B}$ et chaque $C_\beta \cap O_0B$ se réduisent à des points uniques. Au contraire, il n'en est pas ainsi dans le cas d'un système (\mathcal{E}) (cf. 3.5.3) ; il correspond alors, un et un seul réseau de bicaractéristiques résolvant le problème de Cauchy ou de Riemann-Goursat, en sorte que la propriété de dégénérescence, ci-dessus rappelée, demeure toujours valable. Il y a donc là un nouvel exemple de l'influence qu'exerce sur la nature des solutions des problèmes aux limites posés pour les systèmes hyperboliques par le nombre de variables indépendantes.

Montrons à présent que $\underline{u}(0, \beta, \gamma), \underline{v}(0, \beta, \gamma), \underline{\zeta}(0, \beta, \gamma)$ peuvent être déterminées à partir des données dans tous les cas concrets.

Traduisons d'abord le fait que le rectangle $Obgc \subset \bar{\mathcal{D}}$ est le support de la multiplicité bicaractéristique $\alpha = 0$ de $(e_{3,3})$, définie à partir de la solution considérée de ce système, associé au système donné $(E_{3,3})$. Lorsque celui-ci est écrit sous sa forme générale, la formation explicite de $(e_{3,3})$ exige des calculs très laborieux. On va alors montrer que pour atteindre notre objectif – qui est d'indiquer la marche à suivre pour réduire à un problème régulier de Riemann-Goursat, posé relativement à $(e_{3,3})$, le problème aux limites dégénéré que nous nous sommes posé relativement à $(E_{3,3})$ – il est superflu d'exécuter des calculs aussi complexes. On établira, en effet, que le système $(e_{3,3})$, associé à un système $(E_{3,3})$ quelconque, possède quelques propriétés qualitatives communes avec le système (e) , associé à (E) , et explicité au § 2₁ ; on montrera ensuite que cela suffit pour justifier le résultat que nous avons en vue.

Reprenons les équations (2.8)₁ et (2.14)₁ (dans celle-ci on substituera le couple (γ, α) de variables caractéristiques par le couple (β, γ) du système (e)). La première traduit le fait que la multiplicité $m(S_\alpha, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$, portée par la surface $S_\alpha \subset \bar{\mathcal{D}}$, est au moins caractéristique de (e) . La seconde exprime la condition pour que m , supposée solution de (2.8)₁ soit bicaractéristique de (e) . Nous noterons (A) et (B) les équations de $(e_{3,3})$, homologues de (2.8)₁ et (2.14)₁ respectivement. Cela posé, appliquons à $(E_{3,3})$ la méthode utilisée au § 2₁ pour former (e) . On constate, dès les premières transformations, qui conduisent de $(e_{3,3})$ à $(E_{3,3})$ – et sans avoir besoin d'achever les calculs – que (A) se présente sous forme d'un polynôme du troisième degré en $\underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$ – susceptible de se décomposer – qui ne contient aucune dérivée de ces fonctions en β et en γ et dont les coefficients, fonctions données de $\underline{x}, \underline{y}, \underline{t}$ et des dérivées premières en β et γ de ces trois fonctions de ces deux variables se réduisent, en vertu de

(3.51), valable sur $\alpha = 0$, aux trois fonctions de la seule variable β . Ainsi on a, sur $Obgc$:

$$\frac{\partial x}{\partial \gamma} = \frac{\partial y}{\partial \gamma} = \frac{\partial t}{\partial \gamma} = 0$$

et, par suite :

$$\frac{\partial x}{\partial \beta} = \underline{x}', \quad \frac{\partial y}{\partial \beta} = \underline{y}', \quad \frac{\partial t}{\partial \beta} = \frac{dt}{d\beta} = \underline{t}'.$$

Quant à l'équation (B), on constate, en utilisant la méthode dont on a fait usage lors de la transformation de $(E_{3,3})$ en $(e_{3,3})$, que son premier membre est quasi-linéaire par rapport aux six dérivées premières en β et γ des trois inconnues $\underline{u}(0, \beta, \gamma)$, $\underline{v}(0, \beta, \gamma)$, $\underline{\zeta}(0, \beta, \gamma)$, les coefficients de cette forme étant les fonctions données de $\underline{x}(\beta)$, $\underline{y}(\beta)$, $\underline{t}(\beta)$ (cf. 3.51) et \underline{u} , \underline{v} , \underline{t} . Ainsi, $\forall (E_{3,3})$, on dispose toujours sur $\alpha = 0$ des deux conditions frontières, imposées par la forme analytique $(E_{3,3})$ et indépendantes de la signification mécanique des trois inconnues de celui-ci. Mais dans les cas concrets, il intervient toujours une troisième condition aux limites sur $\alpha = 0$, imposée par la nature physique de la question posée. Celle-ci est généralement du type :

$$f(\underline{x}, \underline{y}, \underline{t}, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}) = 0, \quad \alpha = 0 \quad (3.52)$$

où f est une fonction donnée de ses six arguments. Rappelons, à titre d'exemple, que dans le cas du problème des marées littorales, décrites par le système (E), la condition (3.52) prend l'une des formes :

$$\underline{v}_n(M, t) = \underline{f}_1(M, t) \quad \text{ou} \quad \underline{\zeta}(M, t) = \underline{f}_2(M, t)$$

en tout point $M \in \bar{d}_1$ et $\forall t \in [0, \infty[$, où \underline{f}_1 et \underline{f}_2 sont des fonctions données a priori de leurs deux arguments. En 3.5.8 nous reviendrons sur ce point : cf. aussi les alinéas 3.4.2 et 3.4.4 (partie V), pp. 12-20. S'il en est ainsi, ceux-ci sont donc liés par les deux relations : (A) et (3.52) qui sont du même type analytique en ce sens que, contrairement à (B), les dérivées des inconnues \underline{u} , \underline{v} , $\underline{\zeta}$ en β et γ n'y figurent pas. Dans la suite nous admettrons que (A) et (3.52) sont résolubles – explicitement ou numériquement – par rapport à deux des inconnues, \underline{u} , \underline{v} , $\underline{\zeta}$: \underline{u} , \underline{v} , pour fixer les idées et pour nous rattacher aux notations des alinéas 3.4.2, 3.4.3, 3.4.4, 3.4.5 et 3.4.6. On peut donc écrire :

$$\underline{u} = \underline{u}(\beta, \gamma) = \varphi(\underline{x}, \underline{y}, \underline{t}, \underline{\zeta}), \quad \underline{v} = \underline{v}(\beta, \gamma) = \psi(\underline{x}, \underline{y}, \underline{t}, \underline{\zeta}),$$

$$\underline{\zeta} = \underline{\zeta}(\beta, \gamma) = \zeta(0, \beta, \gamma)$$

où φ et ψ sont des fonctions déterminées de leurs quatre arguments. Portant les valeurs de \underline{u} et \underline{v} ainsi définies dans (B), on forme une équation quasi-linéaire aux dérivées partielles de premier ordre en $\zeta = \zeta(\beta, \gamma)$, fonction inconnue de deux variables indépendantes, équation que nous noterons (C) et à la résolution de laquelle est ainsi ramenée la détermination des \underline{u} , \underline{v} , $\underline{\zeta}$. On remarquera, en passant, que β et γ jouent dans (C) un rôle très dissymétrique ; on peut exploiter cette circonstance pour énoncer quelques propriétés des solutions de cette équation. Nous avons constaté, en effet, que les trois des six inconnues de $(e_{3,3})$: $x(\alpha, \beta, \gamma)$, y et t , se réduisent

sur $Obgc$ à trois fonctions $\underline{x}(\beta)$, $\underline{y}(\beta)$, $\underline{t}(\beta)$ de la seule variable β , données a priori. Il s'en suit, eu égard à la formation même de (A), qu'il en sera de même, d'abord, des coefficients du polynôme de 3^e degré en \underline{u} , \underline{v} , $\underline{\zeta}$ – forme sous laquelle se présente le premier membre de (A) – et, par voie de conséquences de l'équation (C), quasi-linéaire en $\zeta(x, y)$. Ainsi (C) sera du type général (2.10)_{II} mais pourra s'écrire :

$$\underline{P}(\beta, \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial \beta} + \underline{Q}(\beta, \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial \gamma} = \underline{R}(\beta, \zeta) \quad (3.52')$$

où \underline{P} , \underline{Q} , \underline{R} sont des fonctions données de leurs deux arguments – et donc indépendantes de γ –. Grâce à cette circonstance simplificatrice, le système différentiel ordinaire, définissant les courbes génératrices Γ des surfaces intégrales $\zeta = \zeta(x, y)$ de l'équation précédente ne se présente plus sous forme d'un système de deux équations différentielles à deux fonctions inconnues d'une seule variable mais se réduit à deux équations différentielles ordinaires, chacune desquelles ne faisant intervenir qu'une seule fonction inconnue : moyennant les hypothèses usuelles de régularité, ces équations peuvent être écrites sous la forme :

$$\frac{d\underline{y}}{d\underline{\beta}} = \frac{\underline{Q}}{\underline{P}}, \quad \frac{d\underline{\zeta}}{d\underline{\beta}} = \frac{\underline{R}}{\underline{P}}$$

C'est en raison de cette propriété de (C) que l'étude d'une équation analogue à (C) a pu être poussée aussi loin dans le cas particulier (E) (cf. 3.4.5).

Cela étant, rappelons que la méthode – classique – de résolution de (C) est sommairement exposée au § 2.2_{II} et, en particulier, à l'alinéa 2.2.3_{II} – où on trouvera un résumé de la méthode d'intégration de Cauchy de l'équation (2.21)_{II} dont (C) est un cas très particulier. En appliquant ces généralités à (C), on observera que dans l'espace $O\beta\gamma\zeta$, la solution cherchée de (C) est astreinte à vérifier la condition frontière :

$$\zeta(0, \beta, 0) = \underline{\zeta}(\beta) \quad (3.53)$$

où $\underline{\zeta}(\beta)$ est une donnée a priori. Cela résulte de ce que la multiplicité $M(S_{\gamma=0}, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta})$ est une donnée régulière sur $Oa/bc \subset \bar{d}$ ainsi que sur le côté Ob de ce rectangle, en sorte $\underline{\zeta}(\beta)$ est connue a priori sur le côté Ob de celui-ci. Il s'en suit que l'inconnue $\zeta(\beta, \gamma)$ de (C) est l'unique solution du problème de Cauchy, posé relativement à (C), avec la condition aux limites (3.53). On est ainsi ramené à l'intégration du système différentiel (2.22)_{II}, attaché à (C).

La théorie qu'on vient de développer trouve une application dans l'étude des marées littorales, régies par le système (E). Rappelons, en effet qu'à l'alinéa 3.4.2 on a établi la condition frontière (3.8) qui concerne le système (E) et qui est du type (3.52).

On notera que le résultat précédent confirme, en le précisant, celui établi p. 27 de 3.3.2_v mais obtenu comme une application de la théorie des enveloppes : le long de \bar{O}_0B les inconnues u , v , ζ se réduisent à des fonctions des deux paramètres et non pas d'un seul.

Signalons pour mémoire qu'il est aisé d'imaginer d'autres classes de conditions frontières jouant le rôle de (3.52) et moyennant lesquelles on peut encore ramener le problème de la réduction aux données de Riemann-Goursat régulières la question que nous nous sommes posés. Par exemple, admettons que sur la face $Obgc \subset \bar{D}$ on impose a priori une relation linéaire entre les six dérivées premières en β et γ de $\underline{u}(\beta, \gamma) = \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$, à coefficients fonctions données de $\underline{x}, \underline{y}, \underline{t}, \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$ dont les trois premières sont connues a priori. Cette relation forme donc avec (C) un système quasi-linéaire, noté $(e_{0,3})$, de deux équations aux dérivées partielles de premier ordre en $\underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$. Supposons alors qu'on puisse résoudre l'équation (A) en $\underline{\zeta}$, pour fixer les idées : $\underline{\zeta} = F(\beta, \gamma, \underline{u}, \underline{v})$. En remplaçant alors dans $(e_{0,3})$ $\underline{\zeta}$ par F et $\partial \underline{\zeta} / \partial \beta, \partial \underline{\zeta} / \partial \gamma$ par leurs valeurs obtenues en dérivant F en β et γ , on aboutit à un système quasi-linéaire $(e_{0,2})$ des deux équations à deux inconnues, \underline{u} et \underline{v} et à deux variables indépendantes. Pour déterminer les données de Riemann-Goursat sur $Obgc$, on est aussi ramené à un problème classique de l'analyse.

Nous avons cru faire œuvre utile en consacrant un développement un peu étendu à la théorie du problème dégénéré de Riemann-Goursat posé relativement à $(E_{3,3})$ et sans nous limiter au cas particulier de (E) – qui était le seul à être l'objet de la rédaction primitive du présent alinéa –. Cette extension de notre sujet nous a été suggérée tout récemment, pendant une tournée de conférences au cours desquelles les auditeurs ont posé des questions concernant les applications possibles des solutions régularisables dans de nombreux domaines de la Mécanique, où apparaissaient des systèmes $(E_{3,3})$ très variés. C'est ainsi qu'il nous paru opportun de présenter un exposé plus général de la question, fondé sur la théorie du problème dégénéré de Riemann-Goursat ; car cette approche nous a semblé la plus propre à mettre en évidence la nature analytique du problème posé. Mais l'adoption de ce point de vue nous a contraint à remanier profondément le texte primitif du présent alinéa et, en particulier, d'introduire des notations nouvelles qui ne se raccordent pas toujours, efficacement, en dépit de nos efforts, avec celles du § 3.4. (cf. les alinéas 2.3, 4, 5, et 6 de ce paragraphe).

Rappelons maintenant une propriété de (E) qui peut être étendue à tout système $(E_{3,3})$ dont le cône caractéristique en tout $M \in D$ se décompose en un cône $C(M)$ du second degré et en une droite δ_M . Reprenant la solution, ci-dessus construite, du problème dégénéré mais régularisable de Riemann-Goursat, posé relativement à $(E_{3,3})$, rappelons les propriétés essentielles de la solution correspondante de $(e_{3,3})$: a) la famille S_γ des surfaces coordonnées admet $\widehat{O_0B}$ pour enveloppe dégénérée ; b) sur la face $Obgc$: 1) les trois premières inconnues x, y, t de ce système, vérifient les conditions frontières (3.51) ; 2) les trois dernières, u, v, ζ , solutions du système d'équations (A), (B), (C), dépendent *expli-*

citement des deux variables, ce que nous traduirons, pour simplifier, par la condition que l'un, au moins, des gradients de $\underline{u}(\beta, \gamma), \underline{v}(\beta, \gamma), \underline{\zeta}(\beta, \gamma)$ n'a pas de composante nulle $\forall (\beta, \gamma) \in Obgc$. D'après cela, la famille des cônes $C(P, \gamma)$ dépend effectivement le long de $\widehat{O_0B}$ des deux paramètres β et γ . On en déduit comme en 3.3.3v (cf. p. 11) que dans l'éventualité envisagée il existe une infinité, dépendant d'une fonction arbitraire d'une seule variable : $\underline{\beta} = \underline{\beta}(\gamma)$, de

surfaces S_α , intégrales de l'équation analogue à (2.10)_{II} dans le cas (E), tangentes à la droite δ_M , $\forall M \in S_\alpha$ et admettant $\widehat{O_0B}$ pour enveloppe dégénérée. C'est le résultat que nous avons en vue. La réciproque est vraie. Car supposons qu'il existe, pour la solution considérée de $(e_{3,3})$, une infinité, qu'on vient de caractériser, de familles S_α de surfaces coordonnées de l'espèce ci-dessus indiquée ; alors $\underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$ dépendront effectivement des deux paramètres : β et γ , en sorte qu'on retombe sur l'énoncé direct.

Signalons maintenant un cas particulier du problème de Riemann-Goursat : c'est celui où les seconds membres de (3.51) se réduisent à des constantes, alors que $\underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$ dépendent toujours des deux paramètres : β et γ . Nous postulons, de plus, que la condition (3.52), d'origine physique, demeure encore valable dans le cas présent et qu'il en est de même de la méthode, décrite ci-dessus, de détermination de $\underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$ pour $\alpha = 0$. Mais ces remarques, d'ordre général, n'ont pas encore été utilisées dans la discussion d'un cas concret ; rappelons qu'en 3.3.3v nous avons indiqué que dans le cas de (E), cette situation était encore à l'étude. En effet, la simplicité des conditions aux limites, imposées, aux inconnues x, y, t de $(e_{3,3})$ sur la face $Obgc$ permet de préciser d'une manière assez détaillée l'allure de la solution cherchée de ce système dans le voisinage de la portion de \bar{D} en cause ; toutefois cette discussion exige des calculs étendus. Mais nous n'aurons pas, dans la suite, à nous appuyer sur les résultats de cette recherche ; en 3.5.8, il nous suffira de rappeler que la question posée se ramène à un cas très particulier du problème de Riemann-Goursat dégénéré.

Signalons, en passant qu'en modifiant légèrement les raisonnements qui précèdent, on peut déterminer les arbitraires dont dépend la solution du problème de Riemann-Goursat.

Ce problème ne diffère du précédent que par le fait que nous n'avons pas à tenir compte sur la face $Obgc$ de \bar{D} (cf. fig. 24c) de la condition frontière, analogue à (3.8)_v, valable dans le cas (E) seulement, le long de $\widehat{O_0B}$, c'est-à-dire sur la face $Obgc$. Explicitons alors les conditions imposées sur $Oaib$ (cf. fig. 24c) aux six fonctions de (α, β) : $\underline{x}(\alpha, \beta), \underline{y}(\alpha, \beta)$, etc., auxquelles se réduisent pour $\gamma = 0$ les six inconnues de $(e_{3,3})$. En reprenant les raisonnements du présent alinéa, nous nous donnerons a priori la surface $S_{\gamma=0}$, définies par ses équations paramétriques : $x = \underline{x}, y = \underline{y}, t = \underline{t}$; il nous reste donc à déterminer $\underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$. Comme on l'a déjà dit, ces trois

fonctions sont liées par deux équations qui, dans le cas général $(E_{3,3})$ sont analogues à (2.16)₁ et (2.17)₁, valables dans le cas (e) seulement, à condition d'y remplacer par le couple (α, β) des variables indépendantes les couples (β, γ) et (γ, α) respectivement. Moyennant les mêmes hypothèses de résolubilité que celles formulées ci-dessus à propos du problème de Riemann-Goursat, on tirera \underline{v} – par exemple – de l'analogue de (2.16)₁ et on portera le résultat dans l'analogue de (2.17)₁. On voit ainsi que \underline{u} et $\underline{\zeta}$, sont, en définitive, astreints à vérifier une seule équation aux dérivées partielles de premier ordre, quasi-linéaire par rapport à l'ensemble de ces deux inconnues. Il s'en suit qu'il est loisible de se donner a priori l'une de celles-ci ; l'autre, $\underline{\zeta}$ – pour fixer les idées – sera univoquement déterminée en tant que solution d'un problème de Cauchy, posé relativement à l'équation en $\underline{\zeta}(\alpha, \beta)$, analogue à (3.52') mais dont les coefficients P, Q, R dépendent de $\alpha, \beta, \underline{\zeta}$: la donnée frontière sera constituée par une courbe régulière et arbitraire, tracée sur l'homologue de la surface $S_{\gamma=0}$ et qui n'est pas une caractéristique de l'équation dont on vient de décrire le mode de formation d'une part et la donnée de $\underline{\zeta}$ le long de cette courbe d'autre part. D'après cela, une multiplicité bicaractéristique régulière de $(E_{3,3})$ est univoquement définie, schématiquement, par les données a priori dans \mathcal{D} d'une surface $S_{\gamma=0}$, d'une fonction de α, β définie sur celle-ci, d'une courbe tracée sur $S_{\gamma=0}$ et d'une fonction d'une variable définie le long d'elle.

De l'ensemble des résultats qui précèdent il résulte que l'on sait déterminer les arbitraires dont dépend la solution d'un problème de Riemann-Goursat tant dans le cas régulier que dans le cas dégénéré.

Observons, en passant, que les raisonnements du présent alinéa ramènent encore à l'étude d'un problème dégénéré de Riemann-Goursat la discussion de l'existence de la configuration présentée en 3.3.3v (cf. pp. 10 et 11) en tant qu'exemple d'application de la théorie des enveloppes. En effet, l'existence d'une solution de $(E_{3,3})$ régularisable et admettant $\widehat{O_0B}$ comme une ligne de discontinuité implique l'existence d'une famille de cônes de la troisième classe, décomposables ou non, dont les sommets décrivent $\widehat{O_0B}$ et qui dépendent effectivement des deux paramètres β et γ , dont la figure 24b précise l'interprétation géométrique.

Notons que les raisonnements qui précèdent s'adaptent sans peine à ceux de l'alinéa 3.5.3. On établit ainsi qu'une multiplicité bicaractéristique de (\mathcal{E}) est déterminée, à une constante d'intégration près, par la donnée seule de sa trace sur Oxy . On a ainsi un exemple de plus de l'influence qu'exercent sur les solutions des systèmes hyperbolique le nombre des variables indépendantes et celui des inconnues.

Ainsi, nous avons décrit trois procédés d'exploration des singularités régularisables, exposés respectivement en 3.4.2, 3.4.4, 3.4.5, 3.4.6, puis en 3.4.3 – où nous n'abordons que l'examen du système (E)

alors que la troisième approche – qui fait l'objet du présent alinéa – est d'une portée plus générale et plus théorique mais, dans sa phase actuelle, elle n'est pas assez élaborée pour être directement utilisable lors des applications concrètes. Nous allons dès lors, essayer de dégager brièvement la spécificité de chaque méthode ci-dessus et d'en comparer les objectifs.

Tout d'abord, il faut souligner qu'à notre connaissance, l'efficacité pratique des algorithmes de calcul approché des solutions singulières de (E) n'a pas encore, faute de crédits, été testée par les numériciens grenoblois. Mais nous espérons disposer bientôt des moyens nécessaires pour lancer une recherche destinée à traiter sur le modèle mathématique (défini ci-après, en 3.5.8) le problème classique, dont nous rappelons l'énoncé ; c'est celui de la description du processus d'évolution vers le régime établi d'une marée littorale à partir des conditions initiales quelconques (par exemple, le repos) sous l'action excitatrice de la marée océane, exercée sur les eaux du bassin marin considéré le long de ses frontières marines. Notre objectif sera de mettre en évidence les effets de la prise en compte des singularités des solutions régularisables sur la précision des calculs numériques réalisés jusqu'ici en mettant en œuvre les algorithmes qui en font souvent l'abstraction – mais qui conduisent, cependant, en dépit de cette circonstance, à des conclusions quantitatives en accord satisfaisant avec les données nature, disponibles dans la littérature –.

Faute d'avoir réalisé un tel programme d'investigation, il paraît prématuré de prétendre émettre, dès maintenant, des avis autorisés quant à la valeur pratique de chacun des trois algorithmes résolutifs approchés du problème dégénéré de Riemann-Goursat, évoqués au cours du présent alinéa. A ce sujet, nous ne pouvons que signaler en passant, l'opinion de quelques informaticiens fondée sur des raisonnements intuitifs, selon lesquels la méthode décrite en 3.4.4v, serait la mieux adaptée aux besoins des numériciens. Nous reviendrons sur ce point.

Il semble indiscutable que sur le plan théorique, la réduction au problème dégénéré de Riemann-Goursat posé relativement à $(E_{3,3})$ demeure la voie la plus efficace pour l'étude analytique a priori des propriétés des solutions à dérivées premières discontinues mais régularisables de $(E_{3,3})$. En effet, les méthodes d'exploration, décrites en 3.3.2iv et en 3.3.3v, sont fondées sur la théorie des enveloppes : elles supposent donc l'existence des solutions régularisables de $(E_{3,3})$, astreintes à vérifier la condition (3.42) sur une courbe $K \subset D$. La même remarque s'applique aussi aux algorithmes introduits au § 3.4, quoiqu'à un degré moindre ; car ceux-ci sont plus constructifs en ce sens qu'ils fournissent un moyen effectif d'explicitier approximativement la solution cherchée de $(E_{3,3})$, dont on postule, toutefois, a priori l'existence. En revanche l'approche de la question traitée, fondée sur le recours à la théorie du pro-

blème régulier de Riemann-Goursat, échappe, dans une large mesure, à la réserve qui précède en raison de l'étendue des résultats disponibles dans la littérature concernant l'existence et l'unicité des solutions cherchées de ce problème.

Dégageons à présent les bases analytiques de chacun des trois algorithmes en cause. Le point commun aux méthodes exposées en 3.4.4v (dans le cas de (E) seulement) et au cours du présent alinéa consiste en ce que la question est ramenée, dans les deux cas à l'étude des équations différentielles définissant les courbes génératrices des surfaces coordonnées $S_\alpha, S_\beta, S_\gamma$ dans le domaine D. Mais il convient d'observer que 1) en 3.4.4.v on opère directement dans l'espace $Oxyt$, le recours au système (e) n'étant destiné qu'à justifier a priori le procédé de calcul utilisé ; 2) en 3.4.4v on a introduit le système ρ, θ, s de variables indépendantes qui ne sont pas caractéristiques de (E) ; 3) les coefficients du système (E_1) , transformé de (E) lors de l'application $(x, y, t) \Rightarrow (\rho, \theta, s)$ ne sont pas des fonctions régulières de ces nouvelles variables pour $\rho = 0$; on cherche donc ici à expliciter la solution de (E_1) , régulière en (ρ, θ, s) dans le voisinage du plan $\rho = 0$ du repère trirectangle $Op\theta s$, le long duquel les coefficients de (E_1) présentent des singularités ; 4) au contraire, la méthode décrite au début du présent alinéa permet de construire une représentation paramétrique d'une solution régularisable de (E) sous forme de fonctions des variables caractéristiques α, β, γ , régulières dans le voisinage de $\rho = 0$.

Ce dernier aspect est commun aux algorithmes de 3.4.3v et du présent alinéa. Le premier procédé évoqué permet d'obtenir l'expression approchée explicite des solutions régularisables de (E) sous forme paramétrique, au moyen des développements tayloriens limités en variables caractéristiques des solutions générales de (e), supposées régulières. Les inconvénients du premier procédé sont bien connus. La représentation des inconnues à laquelle on aboutit ainsi est essentiellement locale, se présentant sous forme de polynômes en α, β, γ dont les coefficients ne peuvent être explicités qu'au prix des calculs laborieux (cf. 3.4.3v) ; de plus, l'approximation en cause se prête mal à la mise en œuvre de la méthode du prolongement analytique, en sorte qu'il est difficile de s'en servir pour avoir un aperçu des propriétés globales de la solution cherchée. Il semble que c'est là que gît la raison de la préférence que les numériciens accordent a priori au procédé de calcul de l'alinéa 3.4.4v qui atteint plus efficacement la solution globale et cela, semble-t-il, plus directement que ne le permet le recours à la méthode du présent alinéa. En revanche, l'emploi des développements limités de 3.4.3v paraît – toujours a priori – avantageux pour l'étude locale d'une singularité ponctuelle isolée des solutions de (E). Car les résultats ainsi obtenus permettent de définir les données avec une précision suffisante sur la frontière régulière d'un voisinage assez petit du point singulier et de se rame-

ner ainsi à un problème aux limites régulier. C'est le problème auquel doit s'attaquer l'équipe de Grenoble dans le but de décrire analytiquement le régime des marées dans le voisinage d'un cap et dans le fond d'une baie (cf. le catalogue des régimes possibles en 3.2.5iv et, en particulier, les Fig. 12). Notons que la même méthode peut encore être utilisée pour explorer le voisinage d'une ligne singulière de la solution de $(E_{3,3})$. Mais dans ce domaine, nous ne disposons, pour le moment, d'aucun exemple d'application. Toutefois, il est à propos de rappeler ici que le recours au procédé que l'on vient de décrire a permis d'étudier d'une manière approfondie plusieurs solutions régularisables de (\mathcal{E}) et d'en donner les expressions explicites approchées, à partir des expressions approchées des solutions régulières de (\mathcal{E}) . Citons dans cet ordre d'idées [23], pp. 28-46, où on trouvera les développements analytiques et numériques relatifs au problème singulier du mur de soutènement. Soulignons, pour finir, un trait spécifique, commun aux méthodes utilisées dans l'article précité et 3.4.3v ; celles-ci, en effet, reposent sur l'emploi direct des solutions régulières de (e) alors que, dans la plupart des cas pratiques, on opère dans l'espace $Oxyt$, le recours à (e) ne servant alors qu'à justifier les procédés de calcul des solutions singulières de $(E_{3,3})$ et de (\mathcal{E}) , fondés souvent sur des raisonnements plus ou moins intuitifs.

Il nous reste à présent à dire quelques mots des solutions de $(E_{3,3})$ régularisables par morceaux. La théorie développée en 3.5.4v à propos des systèmes (\mathcal{E}) se transpose immédiatement à $(E_{3,3})$ – à quelques détails près dont nous allons énumérer les plus significatifs –. En premier lieu, il convient, évidemment, de substituer au domaine angulaire D_1 (cf. fig. 22) le domaine intérieur à un dièdre \bar{D}_1 (cf. fig. 23b) à « faces » courbes, dont la frontière \bar{D}_1 se compose de celles-ci et des nappes analogues à Σ_1 et Σ_2 . Ceci fait, on transposera pas à pas l'exposé de l'alinéa 3.5.4v. Mais en vue des applications au problème fondamental des marées littorales (cf. 3.5.8 ci-après), nous allons modifier, en la généralisant un peu, la définition d'une solution régularisable par morceaux, donnée en 3.4.4v pour les systèmes (\mathcal{E}) . Soit D, un domaine $\subset Oxyt$, de frontière \bar{D} , qu'on suppose décomposé en n domaines partiels D_i , de frontières respectives \bar{D}_i , tels que :

$$(D \cup \bar{D}) = \bigcup_{i=1}^n (D_i \cup \bar{D}_i), \quad (D_i \cup \bar{D}_i) \subset (D \cup \bar{D}),$$

$$D_i \cap D_j = \emptyset, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

\bar{D}_i peut, éventuellement, se composer de plusieurs « faces » courbes qui sont des nappes de surfaces régulières dont les intersections sont soit des lignes régulières λ_i , le long desquelles le plan tangent à \bar{D}_i subit une discontinuité – en sorte que λ_i est une arête de \bar{D}_i –, soit des points μ_i , isolés sur \bar{D}_i où cette surface offre localement l'aspect d'un polyèdre à faces courbes. Nous dirons alors, par abus de lan-

gage, que D est « régionné » par les D_i . Admettons alors qu'on ait défini sur chaque $(D_i \cup \bar{D}_i)$ une solution régularisable de $(E_{3,3})$: $u_i(x, y, t)$, $v_i(x, y, t)$, $\zeta_i(x, y, t)$. Introduisons alors sur $(D \cup \bar{D})$ trois fonctions $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$, $\zeta(x, y, t)$, définies au moyen des relations :

$$u(x, y, t) = u_i(x, y, t), v(x, y, t) = v_i(x, y, t), \\ \zeta(x, y, t) = \zeta_i(x, y, t), (x, y, t) \in (D_i \cup \bar{D}_i) \quad \forall i$$

Cela étant supposons qu'on ait construit les n solutions u_i, v_i, ζ_i telles qu'elles satisfont les conditions suivantes : 1) les trois fonctions u, v, ζ ci-dessus sont continues sur $(D \cup \bar{D})$ sauf sur certaines lignes λ_i ou en des points isolés μ_i , supposés appartenir à \bar{D}_i ; 2) les gradients de u, v, ζ présentent une discontinuité le long de chaque $\bar{D}_i \cap \bar{D}_j = \lambda_{ij}$ (quand cette intersection n'est pas vide), λ_{ij} pouvant être une nappe de surface régulière, une courbe régulière ou un point isolé; 3) les fonctions u, v, ζ sont régulières sur $D_i, \forall i$; 4) supposant que la solution soit discontinue sur $\lambda_i \subset \lambda_{ij}$ (ou en $\mu_i \in \lambda_{ij}$), et λ_{ij} n'étant pas vide, il peut se faire que (u, v, ζ) soit régulière dans le voisinage de λ_i (ou de μ_i) $\subset (D_i \cup \bar{D}_i)$.

Nous dirons alors qu'une solution de $(E_{3,3})$ ainsi définie dans D est régularisable par morceaux dans ce domaine.

A priori, la définition précédente peut paraître trop abstraite; on se reportera à l'exemple d'application auquel est consacré l'alinéa suivant pour en apercevoir la portée et pour en mieux saisir l'intérêt pratique. Par ailleurs, il importe de ne pas perdre de vue les remarques finales de l'alinéa 3.5.4 ci-dessus, relatives aux solutions régularisables par morceaux des systèmes (z) ; car elles s'appliquent sans modification aux systèmes $(E_{3,3})$ – nous avons surtout en vue celle qui concerne l'unicité de la solution d'un problème aux limites posé relativement à $(E_{3,3})$ et obtenue sous forme d'une solution régularisable –.

3.5.8. Problème fondamental des marées littorales et solutions régularisables de (E)

Au cours de cet alinéa nous nous proposons de construire un algorithme résolutif approché pour le problème fondamental de la théorie des marées littorales fondée sur le système (E). Compte tenu des résultats concernant les singularités que présente nécessairement la frontière, inconnue a priori, de la zone d'influence des conditions initiales (cf. 3.2.3iv) d'une part et des singularités, imposées a priori à la solution le long de la frontière marine $\bar{\sigma}_1$ de la mer littorale étudiée, d'autre part (cf. 3.4.1v), la solution de (E) en cause ne peut être régulière dans tout le domaine demi-cylindrique D (cf. 3.2.1, par ex.) mais seulement régularisable par morceaux au plus. C'est pourquoi, nous commençons par énoncer le

problème posé d'une façon qui diffère un peu des formulations classiques en ce qu'il fait explicitement référence à la notion de solution régularisable; on pourra comparer à cet égard les brèves indications de 3.1, par exemple, aux développements qui suivent. Dans tout le cours du présent alinéa le domaine D sera la demi-cylindre $\{(x, y) \in (d \cup \bar{d}), t \in [0, \infty[\}$ dont seule la surface latérale sera désignée par \bar{D} ; mais on notera qu'on adapte aisément les raisonnements qui suivent à l'éventualité où $(d \cup \bar{d})$ serait remplacé par une surface courbe $(\Sigma \cup \bar{\Sigma})$: cf. 3.2.2iv, p. 10. D'autre part, nous nous proposons, dans ce qui suit, de dégager les principes sur lesquels est fondé l'algorithme résolutif approché du problème posé. C'est pourquoi nous avons choisi, pour illustrer la méthode ci-après, un exemple concret caractérisé par les données a priori à la fois les plus simples et les plus régulières. L'extension des résultats ainsi obtenus aux hypothèses plus compliquées et plus réalistes n'exige aucun apport d'idées nouvelles: elle nécessite des développements faciles mais longs et fastidieux, que nous omettons de présenter ici.

Nous nous bornerons donc à examiner l'éventualité où d est un domaine simplement connexe, dont la frontière \bar{d} se compose de deux arcs réguliers (cf. fig. 25a) : $\bar{d}_1 = \widehat{AFB}$ d'une part et de son complémentaire \bar{d}_2 par rapport à \bar{d} : $\bar{d}_2 = \widehat{BGA}$, ($\bar{d} = \widehat{AFB} \cup \widehat{BGA}$) d'autre part. Nous admettons que \bar{d}_1 et \bar{d}_2 se coupent à angles droits en A et B, de telle sorte que la vitesse \bar{V}_n du liquide, normale à \bar{d}_1 en A et B, sera tangentielle en chacun de ces points à \bar{d}_2 . Comme le tracé de \bar{d}_2 est, dans une large mesure arbitraire, on peut toujours supposer, sans restreindre la généralité, que cette condition est remplie. Mais au point de vue analytique il est intéressant de noter que les raisonnements de l'alinéa 3.2.4iv (cf. les fig. 12), convenablement adaptés, permettent de traiter même le cas où \bar{V}_n serait oblique en A et B à \bar{d}_2 .

Relativement aux conditions frontières imposées à la solution, nous postulerons que la multiplicité normale $m[(d \cup \bar{d}), u, v, \zeta]$ est une donnée régulière (sauf que \bar{d} présente des points anguleux en A et B) et qu'il en est de même de la donnée $\bar{V}_n(M, t)$, (vecteur-vitesse normale à \bar{d}_1), $\forall M \in \bar{d}_1, t \in [0, \infty[$. Nous nous attacherons à l'examen du cas singulier où il y a discontinuité le long de $\bar{d}_1 = \widehat{AFB}$ entre \bar{V}_n et la composante normale en $M(x, y)$ à \bar{d}_1 du vecteur $[u = u(x, y) = u(x, y, 0), v = v(x, y) = v(x, y, 0)] \forall M \in \bar{d}_1$ pour $t = 0$, sauf, éventuellement en quelques points exceptionnels parmi lesquels figurent obligatoirement A et B. Rappelons à ce propos que beaucoup d'auteurs préfèrent choisir arbitrairement $\zeta(M, t)$ au lieu de $\bar{V}_n(M, t)$ comme donnée frontière. Alors nous adopterons relativement à $\zeta(M, t)$ la même hypothèse de régularité que celle énoncée ci-

dessus relativement à $\vec{V}_n(M, t)$ et nous admettrons encore que \bar{d}_1 est une ligne de discontinuité de la solution cherchée du fait qu'on a a priori :

$$\zeta(M, 0) \neq \zeta = \zeta(x, y) = \zeta(x, y, 0)$$

sauf éventuellement en des points exceptionnels de \bar{d}_1 .

Notons, en passant, la différence entre les deux types de conditions aux limites que nous venons de considérer. Dans le premier cas, on disposera d'une relation linéaire entre les composantes de u et v , valable $\forall t \geq 0$, le long de \overline{AFB} . Dans le second on se donnera a priori ζ le long de cette courbe $\forall t$. Il est clair qu'à chacune de ces éventualités correspond un algorithme spécifique de calcul numérique. Mais les deux procédés ont pour point commun le fait que sur \overline{AFB} on se donne dans les deux cas une relation linéaire entre les trois inconnues : u, v, ζ de (E) ; c'est ainsi que les deux éventualités apparaissent comme des cas particuliers d'une théorie générale.

Avant d'aller plus loin, rappelons quelques résultats – qui vont nous être utiles – de l'alinéa 3.2.3iv (cf. pp. 12-22) concernant la géométrie de la portion de frontière de la zone d'influence de la donnée $m(d \cup \bar{d})$, $\underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$, située dans D, – autrement dit sur le front initial de l'onde incidente –. Pour nous raccorder aux définitions introduites à la fin de 3.5.7 ci-dessus au sujet du « régionnement » de D nous modifions comme suit les notations de l'alinéa 3.2.3iv, pp. 12-22. Nous notons : D_1 , la portion de la zone d'influence de $m(d \cup \bar{d})$, $\underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$ située dans D et \bar{D}_1 non pas la frontière totale de D_1 – dont \bar{d} fait partie – mais seulement la portion de la frontière de celle-ci située dans D. Mais dans la suite \bar{D}_i désignera la frontière totale de D_i si $i \geq 2$.

Ceci posé, rappelons qu'en 3.2.3iv nous avons montré qu'à la donnée $m[(d \cup \bar{d}), \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}]$ régulière, (ce qui implique la régularité de \bar{d}_1 et \bar{d}_2) pouvait correspondre la surface \bar{D}_1 , présentant un nombre arbitraire de points coniques et de lignes-arêtes (cf. fig. 8, 9, 10, 11), point que nous allons préciser. Or, les développements qui suivent mettront en évidence le fait que la décomposition de D en D_i répondant à la question dépend essentiellement de la nature des singularités de \bar{D}_1 , qui est difficile à prévoir a priori à partir de la donnée seule de m et que les méthodes numériques ne permettent pas toujours de décrire avec toute la précision désirable. Nous allons montrer que \bar{D}_1 possède au moins deux lignes singulières. Il résulte, en effet, de ce que A et B sont des points anguleux du contour \bar{d} , que $\widehat{A\lambda}$ et $\widehat{B\lambda}$ (cf. fig. 25a, 25b et 25c) sont des arcs réguliers constituant les arêtes de \bar{D}_1 ; λ est, en général, un point anguleux de $\widehat{A\lambda B}$ et ne peut être ordinaire que dans des cas exceptionnels. Pour aller plus loin, rappelons qu'en 2.3.6iv, (pp. 15-16) et 3.2.3iv (pp. 12-21) nous avons considéré une solution régulière de (E) dans D et justifié à son sujet les résultats ci-après ; il

existe, dans D, une infinité de surfaces porteuses de multiplicités bicaractéristiques, associées à cette solution, présentant un nombre arbitraire de points coniques isolés et des lignes-arêtes sur lesquelles peuvent être répartis des points coniques, en nombre arbitraire ; les lignes-arêtes se composent d'arcs de courbes régulières ; plusieurs de celles-ci peuvent se croiser en un point $\epsilon \in D \cup \bar{D}_1$ qui joue alors le rôle d'un sommet de pyramide à faces courbes, porteuses des multiplicités bicaractéristiques régulières de (E). On conçoit, dès lors, la variété des cas qui peuvent se présenter en pratique – même si \bar{d} est un contour dépourvu de singularités –. Toutefois, signalons que dans cette dernière éventualité, une ligne-arête de \bar{D}_1 ne peut aboutir à un point $\epsilon \in \bar{d}$, A et B exceptés. Sinon, en effet, \bar{D}_1 y admettrait deux plans tangents distincts – comme en A et B – ce qui est incompatible avec l'hypothèse de régularité de \overline{AFB} et \overline{BGA} et de $\underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}$ sur $(d \cup \bar{d})$. Dans ces conditions nous retiendrons, pour illustrer la méthode de régionnement de D_1 , les exemples simples des situations décrites sur la figure 25a, 25b, 25c, 25d, 25e, dont nous laissons au lecteur le soin de justifier le réalisme en utilisant les raisonnements de 3.2.3iv pour définir des algorithmes constructifs pour chacun des cas de figure précités. Rappelons à cette occasion que chacune des nappes de \bar{D}_1 , en lesquelles les lignes-arêtes partagent \bar{D}_1 , est une surface intégrale régulière de (2.11)_{II}. On s'est limité à l'examen des cas significatifs où le nombre de ces nappes est de quatre au plus. Dans chacune des éventualités envisagées, on a fait figurer sur \bar{D}_1 le tracé des arêtes en traits pleins et celui des courbes-généatrices $\Gamma(M_0, \rho_0, \varphi_0)$, caractéristiques de (2.11)_{II} en traits interrompus, $\forall M_0 \in \bar{d}$, sauf si $M_0 = A$ ou $M_0 = B$, lorsque ces éléments sont situés sur la face avant de la figure 25. Enfin, les lignes en pointillé de la figure 25a désignent les portions de $\bar{d}_2 = \overline{BGA}$ et des $\Gamma(M_0, \rho_0, \varphi_0)$, $M_0 \in \bar{d}_2$, invisibles à travers la calotte de \bar{D}_1 , considérée comme opaque, et qui contient l'arc $\overline{AFB} = \bar{d}_1$.

On ne perdra pas de vue que, contrairement aux conventions des figures 24 et 26, on a représenté sur les figures 25 en traits interrompus non pas les courbes C_β mais les génératrices $\Gamma(M_0, \rho_0, \varphi_0)$ de la surface bicaractéristique $S_{\gamma=0}$.

Cela étant, nous allons décrire rapidement quelques unes des configurations que peut affecter \bar{D}_1 lorsque la donnée $m[(d \cup \bar{d}), \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}]$ vérifie les hypothèses précédentes. La situation la plus simple est représentée sur la figure 25a. Chacune des deux calottes : $\overline{AFB\lambda A}$ et $\overline{AGB\lambda A}$ est une nappe de surface régulière ; elles sont séparées par l'arête $\widehat{A\lambda B}$, qui est aussi une courbe régulière. La seule différence de la figure 25b avec la figure 25a consiste en ce que sur la première λ est un point anguleux du contour $\widehat{A\lambda B}$; mais on suppose encore que λ est un point ordinaire de la solution (u, v, ζ) . Au contraire,

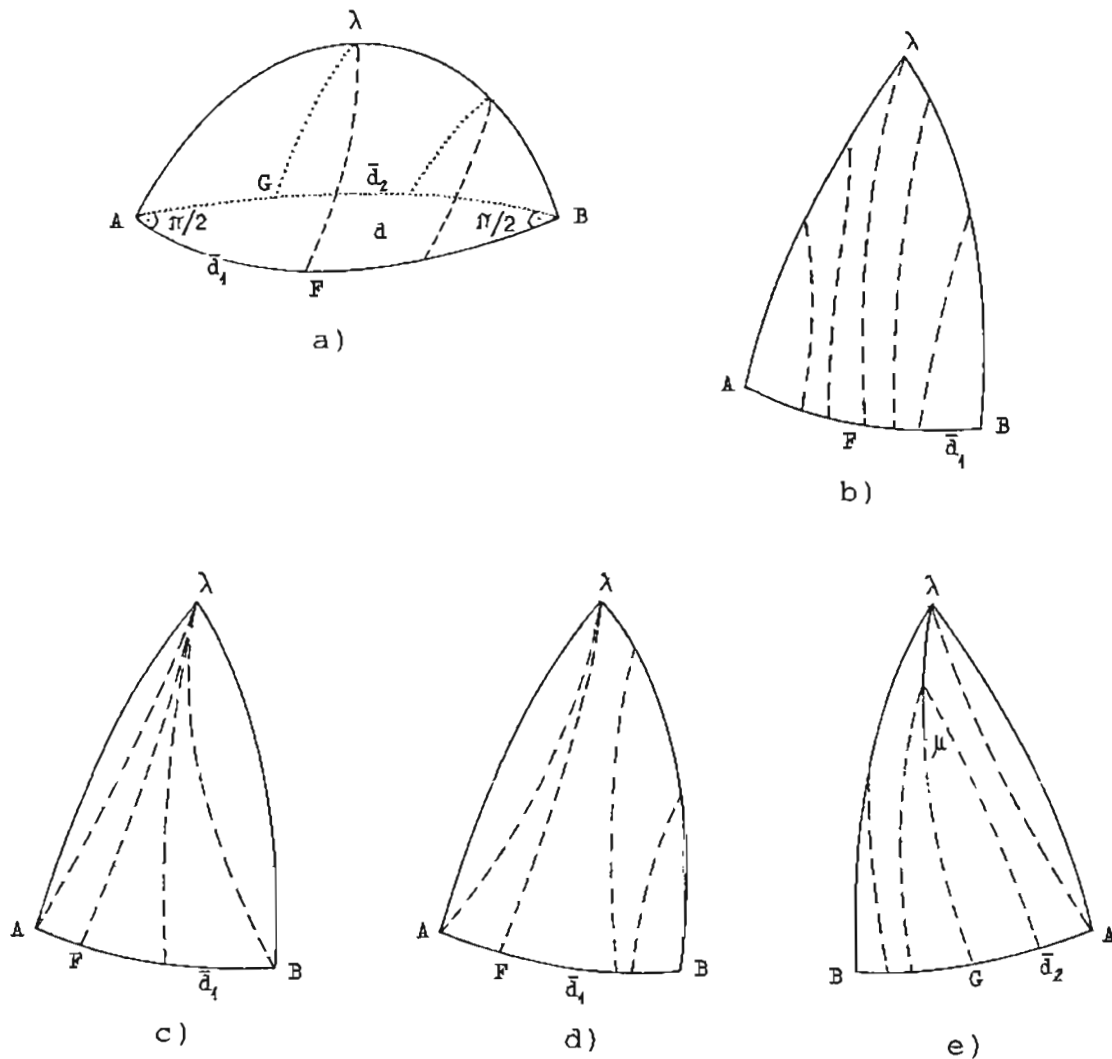


FIG. 25

la figure 25c représente le cas où la calotte $AFB\lambda$ est constituée par une portion de la surface latérale de $S(\lambda)$, alors que dans le cas représenté sur la figure 25d cette calotte se décompose en deux, limitées respectivement par les contours $\overline{AF\lambda A}$ et $\overline{BF\lambda B}$, la première étant une nappe du conoïde caractéristique $S(\lambda)$ de la solution considérée de (E) – en sorte que celle-ci est seulement régularisable en x, y, t dans le voisinage du sommet λ de ce conoïde – alors que la seconde nappe est une portion de surface régulière, auquel cas (u, v, ζ) sont régulières dans une sorte de conoïde $\in D_1 \cup \bar{D}_1$, y compris en son sommet λ – conoïde dont la surface latérale courbe comprend la calotte $\overline{BF\lambda B} \subset \bar{D}_1$. Bien entendu, il peut se faire, dans des cas exceptionnels, que la calotte $AFB\lambda$ se décompose en plusieurs nappes de surfaces régulières, séparées par des nappes de conoïdes caractéristiques de (E), tels que $S(\lambda)$, les frontières de toutes ces nappes possédant en λ un point commun.

La figure 25e représente la calotte $AGB\lambda$ dans l'éventualité où λ , point anguleux de l'arête $\widehat{A\lambda B}$, est aussi l'extrémité de l'arc $\widehat{\lambda\mu} \subset AGB\lambda$, qui est encore une arête de cette calotte.

On a vu que chaque point $v \in \widehat{\lambda\mu}$ peut-être le sommet du conoïde $S(v) \subset D_1$, dont une portion de surface latérale peut appartenir à la calotte considérée alors que, normalement, $S(v)$ ne fait que toucher \bar{D}_1 le long des deux génératrices communes à ces deux dernières surfaces. Dans ce cas, les trois fonctions (x, y, t) ne sont que régularisables en un tel point v puisque l'application $(\mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}}) \Rightarrow (D \cup \bar{D})$ n'y est pas bijective. Il peut se faire, en particulier, qu'on ait $v = \lambda$ ou $v = \mu$. C'est cette dernière situation qui est étudiée en 2.3.6_{III} (cf. fig. 5, p. 16). Mais dans l'alinéa précité, nous avons cherché à construire des exemples suggestifs des frontières \bar{D}_1 des zones d'influence de la donnée $m[(d \cup \bar{d}), \underline{u}, \underline{v}, \underline{\zeta}]$ dont le contour \bar{d} est régulier et dont la surface porteuse

\bar{D}_1 correspondante présente le maximum de singularités. C'est pourquoi, nous avons, au cours de l'alinéa précité, laissé de côté l'éventualité plus banale où, $\forall v \in \widehat{\lambda\mu}$, la solution en (x, y, t) de (e) est régulière en ce point. Dans le cas où il en est ainsi, on doit avoir, en particulier : $\Gamma(G, \rho_0, q_0) = \Gamma(\mu, \rho_0, q_0) \subset \bar{D}_1$ et c'est la seule génératrice de cette surface issue de μ (cf. fig. 25c). Rappelons, en passant que dans le cas où (u, v, ζ) n'est singulière en aucun point $v \in \widehat{\lambda\mu}$, \bar{D}_1 est l'enveloppe de la famille des conoïdes $S(v)$ lorsque v décrit $\widehat{\lambda\mu}$; chacune des deux nappes de \bar{D}_1 qui se croisent le long de cette arête, touche $S(v)$ le long de la caractéristique $\Gamma(v, \rho_0, q_0)$ de (2.11)_{II}.

De l'analyse précédente il résulte qu'à une donnée m , satisfaisant aux hypothèses précédentes, – donc, telle, par conséquent que \bar{d} présente deux points anguleux, A et B – peut correspondre la frontière \bar{D}_1 de la zone d'influence de m se composant des deux calottes $\widehat{AFB\lambda A}$ et $\widehat{BG\lambda B}$ se coupant suivant la ligne d'arête $\widehat{A\lambda B}$ de \bar{D}_1 , chacune desquelles est soit une portion de surface régulière soit douée de singularités, décrites en partie sur la figure 25c, 25d, 25e. On constate ainsi que les \bar{D}_1 , correspondant à la donnée m régulière (ce qui implique, rappelons-le, la régularité des arcs \bar{d}_1 et \bar{d}_2 , mais non celle de \bar{d}) peuvent présenter les configurations très variées, pour chacune desquelles il faut, comme on l'a déjà annoncé, construire un algorithme résolutif approprié. Nous renverrons le lecteur au § 3.5.9 pour justifier le fait que les réseaux des $\Gamma(M_0, \rho_0, q_0)$, générateurs des \bar{D}_1 , tels qu'ils sont tracés sur les figures 25, sont les seuls compatibles avec l'hypothèse relative à la régularité des arcs \bar{d}_1 et \bar{d}_2 ainsi qu'avec celle de la donnée (u, v, ζ) sur $(d \cup \bar{d})$. Il en résulte qu'il suffit de résoudre le problème posé pour un nombre fini des situations pour couvrir toute la gamme des éventualités possibles. Dans le but de ne pas trop alourdir l'exposé, nous nous limiterons ici – comme nous l'avons déjà annoncé – à l'examen de la configuration la plus

simple, représentée sur la figure 25a. Mais il convient de ne pas perdre de vue que la géométrie de \bar{D}_1 serait encore plus complexe si on se plaçait dans le cas réaliste où \bar{d}_2 comporterait des points anguleux du fait de la présence des caps et des baies.

Cela étant, il résulte des hypothèses que l'arête $\widehat{A\lambda B}$ sera la seule sur \bar{D}_1 d'une part et que c'est une courbe régulière, d'autre part. Nous supposons ensuite résolu le problème de la détermination préalable de \bar{D}_1 à partir de la donnée m .

(à suivre)

BIBLIOGRAPHIE

- [23] AURIAULT J.L., KRAVTCHENKO J., SIBILLE R. – Etude analytique et numérique de deux types de singularités du champ des contraintes dans la plasticité coulombienne. Symposiums franco-polonais « Problèmes non linéaires de Mécanique », Cracovie, 1977. Publications de l'Institut des problèmes fondamentaux de la Technique, Varsovie, pp. 25-58. Cf. aussi [24].
- [24] GEIRINGER H. – Nouveaux résultats dans la théorie de la plasticité idéale. Progrès récents en Mécanique appliquée, traduction russe de l'anglais, publiée par les Editions de la littérature internationale, Moscou, 1955, pp. 150-233.
- [25] ABSI E. – La théorie de la plasticité et de l'équilibre limite en Mécanique des sols (article de synthèse, très accessible). Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux publics, janvier 1984, no 421, série Sols et Fondations 185, pp. 66-123. Cf. aussi [10]_{II}, tome III, p. 151 et [12]_{II} pp. 252-254 (ouvrage où on trouvera une analyse des difficultés spécifiques des problèmes mixtes et, en particulier, le résumé des travaux d'Emile Picard).
- [26] BIOLLAY Y. et KRAVTCHENKO J. – Rectificatif au mémoire intitulé « Etude analytique d'un modèle des marées littorales... ». Annales Hydrographiques, volume 16, 1988, fascicule 763, pp. 5-6.
- [27] AUSSEUR M. – Rapport interne de l'Institut de Mécanique de Grenoble (résumé en [23]), pp. 43-46.
- [28] KRAVTCHENKO J. et RENOARD D. – Archiwum Mechaniki Stosowanej, Varsovie, 1988, tome 40, pp. 693-704.

SYNTHÈSE DES RÉSULTATS DES CAMPAGNES DE CALIBRATION DU SNR LORAN C

par

MM. M. LE GOUIC, Ingénieur Principal de l'Armement
et C. LE VISAGE, Ingénieur de l'Armement
Service Hydrographique et Océanographie de la Marine

RÉSUMÉ

Le Service Hydrographique et Océanographique de la Marine (SHOM) a réalisé entre 1985 et 1988 quatre campagnes de calibration du Système National de Radionavigation (SNR) Loran C. Le but essentiel de ces campagnes était l'évaluation des conditions de propagation des signaux issus des deux émetteurs de Soustons et Lessay et la modélisation des temps de parcours.

Ce rapport précise les objectifs de la calibration et les hypothèses de base ; il présente les équipements et les méthodes mis en œuvre durant les mesures et rappelle brièvement les conditions de réalisation de chacune des campagnes et les résultats obtenus.

ABSTRACT

Between 1985 and 1988, the SHOM carried out four surveys in order to calibrate the National Radio-navigation System Loran C. The aim of these surveys was essentially to evaluate the propagation conditions of signals emitted from Soustons & from Lessay, and to model propagation time.

This report defines both the objectives of the calibration and the starting hypotheses ; it presents the equipment and methods used for measuring, and briefly reviews the conditions during each survey, and the ensuing results.

1. INTRODUCTION

Le Service Hydrographique et Océanographique de la Marine a réalisé en 1985, 1986, 1987 et 1988 quatre campagnes de calibration du Système National de Radionavigation Loran C. Le but essentiel de ces campagnes était l'évaluation des conditions de propagation des signaux issus des deux émetteurs de Soustons et Lessay, et la modélisation des temps de parcours.

Ce rapport précise les objectifs de la calibration et les hypothèses de base ; il présente les équipements et les méthodes mis en œuvre durant les mesures et rappelle brièvement les conditions de réalisation de chacune des campagnes et les résultats obtenus.

L'annexe précise les formules à utiliser pour l'exploitation pratique du système SNR.

2. OBJECTIFS

Le temps de transmission (TOT) d'un signal Loran entre l'émetteur et un récepteur dépend surtout des propriétés électriques de la surface le long de laquelle se propage l'onde, mais aussi de l'environnement général du trajet parcouru (variations de la surface topographique, indice de réfraction de l'air...).

L'analyse théorique ou expérimentale des conditions de propagation des ondes basse fréquence (LF : 100 kHz ici) a été faite par de nombreux auteurs (Doherty, Horowitz, Johler, Millington, Sammar...) et on peut résumer leurs principales conclusions comme suit : le temps de propagation Loran, connaissant la distance géodésique du parcours, est la somme de trois facteurs appelés facteur de phase primaire (PF), le facteur de phase secondaire (SF : trajets maritimes) et le facteur de

phase secondaire additionnel (ASF : trajets terrestres).

1) Le temps de parcours PF (t_{PF}) est celui des ondes LF dans l'air homogène, sans aucun effet terrestre : $t_{PF} = d/C$ où $C = C_0/n$ avec :

C_0 : vitesse de propagation dans le vide

n : indice de réfraction de l'air.

n varie de 1,00025 à 1,00045 avec la température, la pression atmosphérique et l'humidité relative ; il doit être soigneusement évalué (t_{PF} peut varier de 1 μ s entre les conditions extrêmes rencontrées dans la zone de couverture du SNR).

A cet effet moyen de l'atmosphère, peuvent s'ajouter des perturbations de courte durée dues à des discontinuités météorologiques telles que passage de fronts ou orages (Sammadar).

2) La propagation se fait par diffraction sphérique : lors d'un trajet maritime, la célérité des ondes Loran est affectée par l'impédance complexe de la conductivité à l'interface air-mer sur une profondeur superficielle de 75 cm (profondeur à laquelle le signal est affaibli de $1/e$).

Bien que la température et la salinité varient considérablement à proximité de la surface océanique, les changements de conductivité associés (Σ varie de 1 à 5 mhos/m) ne produisent que de légères variations de la vitesse de propagation par rapport à une situation moyenne où $\Sigma = 5$ mhos/m.

Le facteur de phase secondaire peut ainsi être bien approché par un modèle simple utilisant des paramètres moyens, comme par exemple le modèle SALT de la RTCM (Radio Technical Commission for Marine Services) utilisé par le DMA (Defense Mapping Agency) ou l'USCG (US Coastguards). Ce modèle est indifféremment utilisé comme correction à la phase primaire PF $[(-0,41 + 40\,000/d + 2,16 \times 10^{-6} d)$ en μ s, si d est en mètres] ou pour déterminer la vitesse de propagation moyenne à la distance d $[C_0/n (0,999353 + 122,87/d - 1,987 \times 10^7/d^2)$ où d est en mètres].

Les deux formules précédentes sont établies pour une eau de mer « moyenne » ($\Sigma = 5$ mhos/m, constante diélectrique $\epsilon_0 = 80$, perméabilité magnétique $\mu = 1$) : les effets des changements des propriétés électriques sont généralement inférieurs à 0,05 μ s.

3) L'influence des trajets terrestres est très importante. La correction qu'ils induisent (ASF) est fonction de la courbure de la terre, de la rugosité à l'échelle de la longueur d'onde Loran, de la profondeur superficielle qui atteint 50 m (et donc du type de roche et de la stratification) et de l'impédance complexe du sol (fonction, entre autres, de l'humidité).

Si l'on connaissait toutes les caractéristiques électromagnétiques des sols du trajet terrestre, on pourrait les regrouper en un seul paramètre : la « conductivité intégrée » (par exemple l'effet des montagnes se traduit par une diminution de la

conductivité moyenne du segment parcouru). Il serait alors possible de traiter les trajets terrestres par un modèle estimant l'ASF : ainsi le DMA utilise-t-il (parfois) la méthode semi-empirique de Millington où la partie terrestre est représentée par un segment de conductivité constante et où la correction ASF est la moyenne des corrections estimées pour les trajets émetteur vers récepteur et récepteur vers émetteur (principe de Fermat).

L'inconvénient de tels modèles est qu'ils supposent connue la conductivité des segments sols et donc les caractéristiques électriques du terrain : or, ces caractéristiques présentent une forte variabilité spatiale et temporelle.

Une autre méthode pour estimer les corrections ASF consiste à observer l'effet intégré des trajets terrestres, plutôt qu'à recueillir les nombreux paramètres nécessaires à l'initialisation d'un modèle. Les données d'étalonnage obtenues en des points bien répartis dans l'espace et le temps, permettent par continuité d'estimer des corrections ASF en tout temps et en tout lieu.

Quelle que soit la méthode retenue, il est nécessaire d'avoir recueilli un grand nombre de données avant de bâtir un modèle efficace.

Les campagnes de calibration du SHOM ont été programmées en tenant compte de l'analyse des conditions de propagation présentée ci-dessus : elles avaient pour objectifs :

- de vérifier l'adéquation d'un modèle SF de type SALT pour la propagation des ondes du SNR,
- de recueillir à différentes époques de l'année, des valeurs de l'ASF dans les zones affectées par des trajets terrestres,
- d'établir un modèle général permettant de garantir une précision en tout point de la zone couverte par le SNR et à toute époque, meilleure que 100 mètres en position absolue,
- donner à l'utilisateur des critères lui permettant d'évaluer aisément la précision qu'il peut attendre de ses observations.

3. ÉQUIPEMENT ET MÉTHODE

Evaluer un système de localisation suppose que l'on dispose d'une référence dont la précision est compatible avec celle attendue du système étudié : dans le cas du SNR, cette référence concernait la position géographique et la mesure du temps.

Le seul système actuellement capable de fournir rapidement un point précis dans de vastes zones, sans installation particulière préalable, est GPS. Pour la référence de temps, il était nécessaire de garantir une précision absolue de 0,1 μ s au bout de 60 jours de mer (10^{-14}). La précision relative d'une horloge atomique embarquée est d'environ 10^{-12} et GPS a été utilisé pour contrôler et corriger la dérive de l'horloge.

3.1. La configuration matérielle retenue pour effectuer les campagnes de calibration du SNR est schématisée sur la figure 1 ; elle comprenait :

— une horloge au césium Oscilloquartz pour la référence de temps à bord (cette horloge est identique à celle équipant la station de contrôle de la chaîne à Brest),

— un récepteur GPS Trimble (5000 A ou FTS 8400) pour déterminer la dérive de l'horloge embarquée par rapport au temps des satellites GPS dans un premier temps, puis après dépouillement des mesures analogues entre le temps de référence du SNR (TAB : Temps Atomique de Brest) et celui de ces mêmes satellites, par rapport au TAB,

— un récepteur GPS Sercel TR5 S fonctionnant en mode C/A sur la fréquence L1,

— un récepteur Loran fonctionnant en mode circulaire (Techniphone ou, indirectement, Megapulse) qui fournit les temps de propagation du SNR avec une erreur due à la marche de l'horloge embarquée.

Les messages fournis par chaque composant de l'équipement, circulent dans un réseau local (hydroboucle) et sont adressés avec un âge inférieur à 5 secondes, au dispositif d'acquisition, de visualisation, de précontrôle et d'archivage bâti autour d'un ordinateur Hewlett Packard 9816 : diverses données auxiliaires (cap, loch, estime Transit, balises acoustiques...) peuvent également être recueillies.

3.2. Le bilan des erreurs du dispositif est le suivant : (σ représente un écart-type exprimé en microsecondes)

— la constellation des satellites GPS est incomplète. Aussi, seuls deux créneaux de quelques heures par jour permettent-ils un positionnement précis (en modes 2D + T ou 3D + T, et un GDOP ≤ 5). Chacun de ces créneaux est mis à profit pour réaliser l'enregistrement simultané des données GPS et Loran et constitue une « station d'étalonnage ». Pour une station seules les valeurs moyennes sur quelques centaines de mesures sont considérées et on peut estimer l'erreur due à la position de référence à $\sigma_{REF} = 0,07 \mu s$.

— la dérive de l'horloge par rapport au TAB auquel sont référencées les émissions du SNR a été mesurée en observant simultanément en mer au cours de stations où le bâtiment est au point fixe et à terre à la station de contrôle de Brest, les satellites GPS. Les dérives ainsi observées sont très régulières et présentent une faible dispersion autour de la tendance moyenne. On a pu adopter les incertitudes suivantes :

- contrôle de la dérive de l'horloge du bord : $\sigma_{HOR 1} = 0,07 \mu s$
- contrôle de la dérive du TAB : $\sigma_{HOR 2} = 0,03 \mu s$
- résolution des récepteurs Loran : $0,05 \mu s$

— la synchronisation des émissions du SNR est assurée avec une précision absolue par rapport au TAB de $0,03 \mu s$ ($\sigma_{SYNC 1}$). L'émission Delay entre Lessay et Soustons a été contrôlé par mesures sur les lignes d'ombre de la ligne de base ; la valeur adoptée ($14008,41 \mu s$) est maintenue constante avec une précision de $0,015 \mu s$ ($\sigma_{SYNC 2}$),

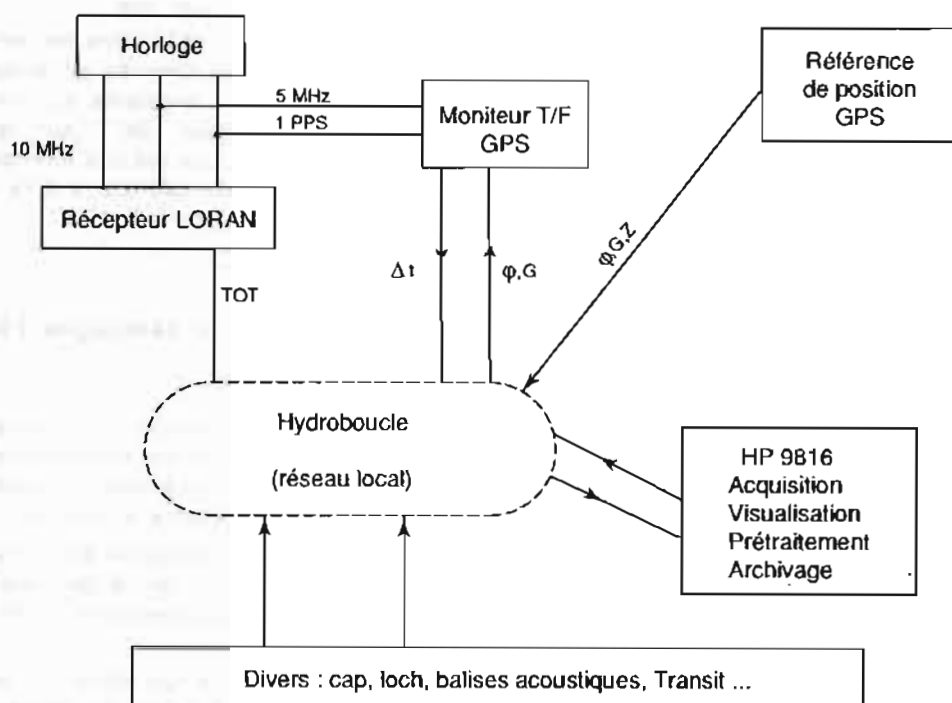


FIG. 1. — Équipement de calibration.

— le seul système géodésique utilisé tant pour les coordonnées des stations que pour les calculs de distance et les positions de référence était le WGS (72 en 1985 et 1986, 84 en 1987 et 1988) et il n'y a pas d'erreurs dues aux changements de référentiels géodésiques,

— les antennes GPS et Loran étaient situées à une distance horizontale négligeable,

— l'âge des messages circulant dans l'hydroboucle était compris entre 0 et 5 secondes : à la vitesse du bâtiment (3 à 5 m/s) l'erreur résultante est inférieure à $\sigma_{HYD} = 0,03 \mu s$.

Globalement le bilan des erreurs de l'ensemble de l'appareil d'acquisition est estimé en considérant que les erreurs répertoriées sont a priori indépendantes :

$$\begin{aligned}\sigma_{TOT} &= (\sigma_{REF}^2 + \sigma_{HOR1}^2 + \sigma_{HOR2}^2 + \sigma_{LOR}^2 + \\ &\quad \sigma_{SYNC1}^2 + \sigma_{SYNC2}^2 + \sigma_{HYD}^2)^{1/2} \\ &= 0,12 \mu s\end{aligned}$$

Ce bilan d'erreur est compatible avec les objectifs de précision recherchés (0,3 μs) mais il montre également que pour tenir ces objectifs la plus grande rigueur doit être observée lors du recueil, de la validation et du traitement des données d'étalonnage.

4. RÉSULTATS

Les campagnes de 1985, 1986 et 1987 ont été réalisées en période estivale, celle de 1988 en hiver. Les zones de travail sont indiquées sur la figure 2.

Les objectifs particuliers de ces quatre campagnes étaient complémentaires :

1985 : validation du dispositif de calibration (équipement-méthodes), vérification du bon fonctionnement du SNR, évaluation de la portée, étalonnage hors zones de trajets terrestres.

1986 : étude des trajets terrestres au-dessus des Îles Britanniques.

1987 et 1988 : étude des trajets terrestres au-dessus de la péninsule ibérique (1987 : été ; 1988 : hiver).

4.1. Résultats de la campagne 1985

Le bilan des erreurs du dispositif de calibration a été établi à l'occasion de cette première campagne (cf. § 3.2) ; les aménagements introduits ultérieurement ont concerné surtout les moyens d'acquisition et l'automatisation des séquences de mesure mais le principe même des mesures a ensuite été repris.

La portée pratique du SNR (onde de sol) est en été de 2 000 km de jour, 1 500 km de nuit. Le rapport du signal au bruit (S/B) évolue de la même manière pour les deux émetteurs et décroît

régulièrement avec la distance suivant la loi expérimentale :

$$\begin{aligned}\text{de jour : } S/B &= -0,016 \times D + 15 && (S/B \text{ en dB,} \\ \text{de nuit : } S/B &= -0,009 \times D + 15 && D \text{ en km})\end{aligned}$$

La fidélité du SNR a en outre été contrôlée en quatre stations qui ont été occupées à deux époques différentes, et lors de travaux effectués pendant trois jours sur champ de balises acoustiques.

L'écart entre les temps de propagation sur mer observés et estimés par un modèle SALT ajusté aux conditions rencontrées est inférieur à 0,25 μs dans tous les cas et inférieur à 0,15 μs dans 80 % des cas.

4.2. Résultats de la campagne 1986

Les résultats de 1985 concernant la propagation au-dessus de la mer sont confirmés.

Deux conclusions relatives au terme ASF ont été mises en évidence dans les mesures de 1985 et 1986 :

— la présence de trajets terrestres ne conduit pas à un affaiblissement notable du signal Loran, ni à une dispersion accrue des cibles Loran-GPS ;

— sur des trajets comprenant des segments terrestres, les écarts entre les temps de propagation observés et ceux calculés à l'aide d'un modèle SALT en considérant que le trajet est uniquement maritime sont apparemment proportionnels au trajet terrestre et indépendants du trajet total.

L'écart observé en 1986 entre les temps de trajet mesurés et les temps calculés en adoptant une vitesse de propagation constante sur les trajets terrestres et un modèle SALT sur les parcours maritimes, est dans tous les cas inférieur à 0,27 μs et dans 85 % des cas inférieur à 0,15 μs .

4.3. Résultats de la campagne 1987

Les valeurs des coefficients d'atténuation du rapport S/B obtenus les années précédentes sont confirmées ainsi que l'identité des comportements des signaux issus de Soustons et Lessay.

La stabilité et la répétabilité des temps de propagation sont confirmées par la comparaison de mesures effectuées à quelques jours d'intervalle en des stations voisines.

L'écart entre les temps observés et les temps théoriques calculés à l'aide des modèles (SALT et ASF) étudiés en 1986 est dans 80 % des cas inférieur à 0,25 μs .

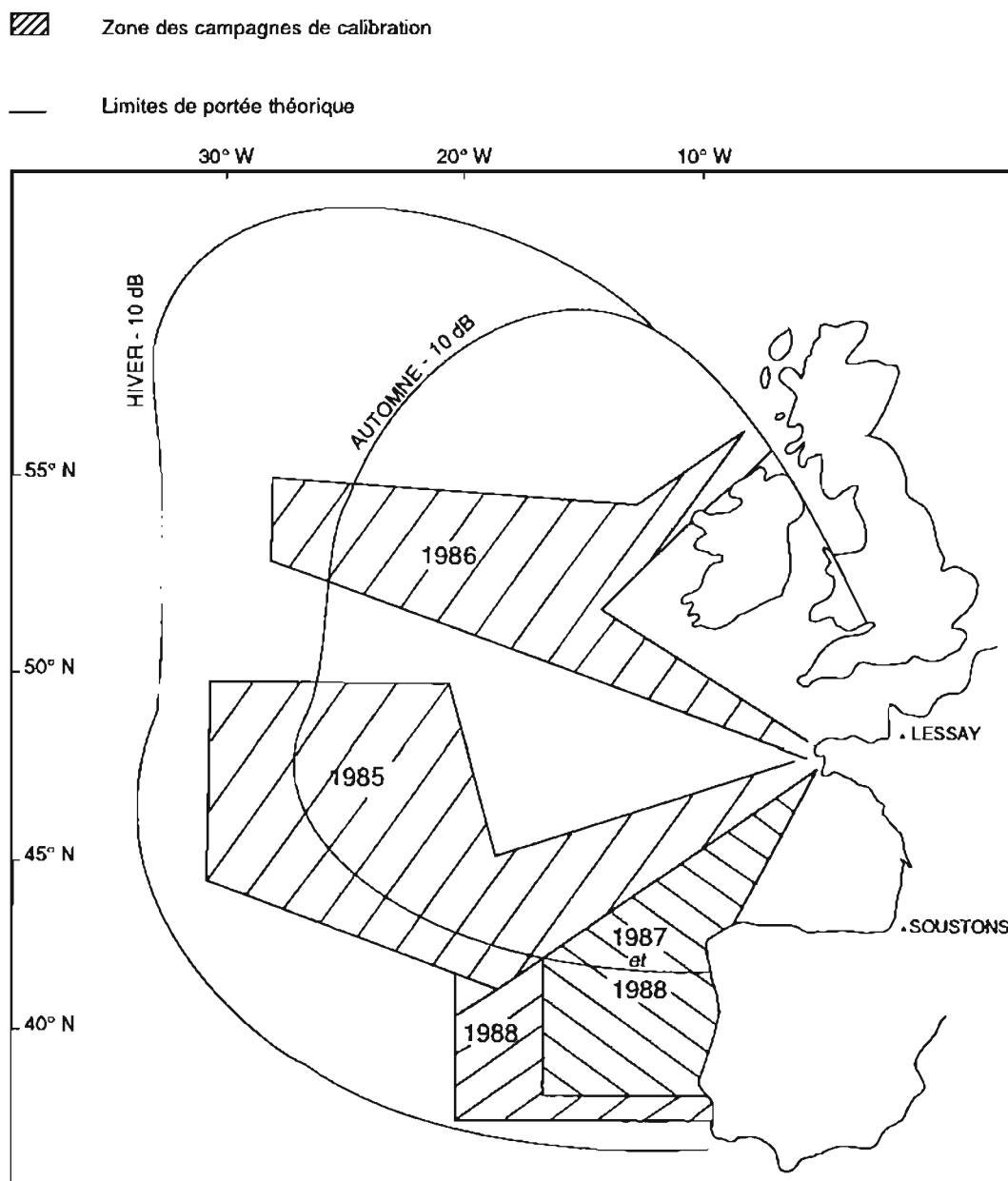


FIG. 2

4.4. Résultats de la campagne 1988

Les conclusions des années précédentes sont confirmées quant à l'efficacité des modèles testés : les temps de propagation observés diffèrent des temps calculés par ces modèles de moins de 0,3 μ s dans 75 % des cas. La validité des constantes du modèle SALT est vérifiée, les valeurs obtenues en hiver en 1988 confirmant les valeurs des campagnes estivales.

5. SYNTHÈSE DES RÉSULTATS – CONCLUSIONS

Au cours de ces quatre campagnes, le SNR a été contrôlé et calibré dans des conditions couvrant l'essentiel de la gamme d'utilisation envisagée pour le système (saisons, distances, zones géographiques).

— La répétabilité des mesures a été confirmée dans tous les cas.

— La modélisation des temps de propagation (modèles SALT et ASF) a permis de réduire les écarts entre les TOT prédits et les TOT observés à des valeurs du même ordre de grandeur que les incertitudes du dispositif de calibration ($0,3 \mu\text{s}$ à 1σ).

— La couverture prévue est effectivement assurée ($p \geq 1\,500 \text{ km}$).

Les principales données chiffrées synthétisant les résultats des campagnes de calibration du SHOM sont données en annexe.

Compte tenu des possibilités du dispositif de calibration et des récepteurs Loran disponibles, il est inutile de prolonger la phase d'étalonnage du SNR ; la prise en compte des résultats des campagnes déjà réalisées permet d'utiliser le système à sa pleine précision sans qu'il soit nécessaire de programmer de

campagne complémentaire pour tenter d'affiner ces résultats.

RÉFÉRENCES

- Document de programme n° STCAN 424 400 du 02.08.84.
 Rapport d'étude n° 689 EPSHOM/E/GG/NP du 18.11.85.
 Rapport particulier n° 199 MHA/-- du 28.07.86.
 Rapport particulier n° 257 MHA/-- du 01.10.87.
 Rapport particulier n° 339 MHA/NP du 31.08.88.
 LE GOUIC M. – Calibration du Système National de Radionavigation Loran. *Actes du 3^e colloque national sur la localisation en mer* (Rueil 28 septembre - 1^{er} octobre 1987).

ANNEXE

Exploitation du SNR : données chiffrées – Modèles

1. COORDONNÉES DES ÉMETTEURS (SYSTÈME GÉODÉSIQUE WGS 84)

Lessay :

L = $49^{\circ}08'55,25'' \text{ N}$

G = $1^{\circ}30'17,05'' \text{ W}$

Soustons

L = $43^{\circ}44'23,13'' \text{ N}$

G = $1^{\circ}22'49,64'' \text{ W}$

2. CALCUL DES DISTANCES GÉODÉSQUES AUX ÉMETTEURS

La vitesse V de propagation entre un émetteur et le récepteur peut être calculée par :

$$\frac{1}{V} = \frac{m}{a \cdot V_M} + \frac{(1-m)}{V_T}$$

avec :

m : proportion du trajet maritime

V_T : 299 135 km/s

V_M : 299 700 km/s

a : coefficient du modèle SALT

$$a = 0,999353 + \frac{122,87}{d} - \frac{1,1987 \cdot 10^7}{d^2}$$

d = distance géodésique entre émetteur et récepteur.

Si TOT est le temps de propagation mesuré, on a alors :

$$d = \text{TOT} \cdot V$$

L'écart entre le TOT mesuré et le TOT calculé par cette méthode est inférieur à $0,5 \mu\text{s}$ (2σ) dans la zone couverte par les campagnes de calibration quelle que soit la saison.

3. RAPPORT SIGNAL/BRUIT

L'atténuation du signal est sensiblement linéaire avec la distance ; elle dépend de la saison et de l'heure (jour-nuit) ; globalement, le rapport S/B est meilleur le jour que la nuit, l'atténuation est plus forte en hiver qu'en été.

On retiendra les chiffres approximatifs suivants pour le coefficient d'atténuation suivant l'heure et la saison

	Été	Hiver	
Jour	- 0,01	- 0,025	(Coefficient en dB/km)
Nuit	- 0,015	- 0,025	

(Des écarts atteignant 5 dB sont possibles par rapport au rapport S/B calculé à partir de ces coefficients).

4. PORTÉE

Le signal Loran est exploitable dans de bonnes conditions lorsque la distance aux émetteurs est inférieure à 1 500 km. Les mesures réalisées avec des portées supérieures à cette valeur sont sujettes à des fluctuations importantes du rapport S/B, et sont à utiliser avec précaution.

ÉVALUATION DES MARÉGRAPHES SUBER EN PRÉSENCE DE COURANTS FORTS SUITE : ÉVALUATION D'UN ATTÉNUATEUR DE DÉPRESSION

par

MM. B. LEBRETON et H. DOLOU,
Ingénieurs Principaux des Études et Techniques d'Armement,
C. BATANY et J.C. KERINEC, Service Hydrographique et Océanographique de la Marine

RÉSUMÉ

Un dispositif, constitué d'une grille en PVC, permet de diminuer sensiblement les effets de la dépression due aux courants marins sur le capteur de marégraphe (effet de pression dynamique de Bernouilli).

Pour les vitesses de courant usuelles, l'erreur peut être diminuée de moitié.

L'emploi de la grille appelée ici atténuateur de dépression, est principalement recommandé pour les études spécifiques de marée. En hydrographie, son emploi n'est utile qu'en présence d'un courant de vitesse supérieur à 2 nœuds.

ABSTRACT

A PVC mesh significantly reduces the effects of depression caused by water currents on the sensor of a tide-gauge (Bernouilli dynamic pressure effects).

For usual water current speeds, errors may be reduced by half.

The use of the mesh is especially recommended for specific studies of tide. For applications in hydrography, the device is useful only when water current speeds exceed 2 knots.

CONCLUSIONS

1. Pour l'observation de la marée il sera toujours préférable d'installer le marégraphe SLS 23 en un lieu où son capteur de pression subira le moins les effets de la dépression (effet Bernouilli) liée à l'existence de courants marins. Il est par ailleurs manifeste que l'absence de courants marins facilitera la mise à l'eau du mouillage et assurera une meilleure tenue à la mer des cages. La stabilité des cages en service actuellement, en présence de courants, est en effet susceptible d'être mise en cause à partir de 4 nœuds.

2. La vitesse du courant étant d'autant plus faible que l'on s'approche du fond, le marégraphe sera installé capteur en bas chaque fois que la nature du fond le permet (sol dur, absence de vase).

3. Un dispositif constitué d'une grille en PVC peut être utilisé pour diminuer les effets de dépression

lorsque le marégraphe est immergé dans une zone où les courants ne sont pas négligeables.

Ses conditions d'emploi en fonction des objectifs recherchés et de l'environnement (courant de surface V_s) sont résumées dans le tableau suivant:

Emploi de la grille			
Études spécifiques de marée (erreur < 3 cm)		Hydrographie (erreur < 5 cm)	
$V_s \leq 1$ nœud	Inutile	$V_s \leq 2$ nœuds	Inutile
$1 < V_s < 2$ nœuds	Conseillé	$2 < V_s < 4$ nœuds	Conseillé
$V_s \geq 2$ nœuds	Obligatoire	$V_s \geq 4$ nœuds	Obligatoire

Le chapitre 3 présente des graphiques permettant de tenir compte de façon plus précise des vitesses des courants, des profondeurs, des cages utilisées et de la position du capteur du marégraphe (haut ou bas).

1. GÉNÉRALITÉS

Ce rapport d'essai fait suite aux propositions d'expérimentation présentées dans l'article « Évaluation des marégraphes Suber en présence de courants forts » publié dans ce numéro des *Annales Hydrographiques*.

Ce document proposait, pour atténuer les importants effets de dépression dus aux écoulements de l'eau autour du capteur de pression (effet Bernouilli de pression dynamique ⁽¹⁾), de tester une grille recouvrant l'extrémité du marégraphe abritant l'orifice du capteur de pression.

Le marégraphe étudié est fabriqué par la société Suber ⁽²⁾ (modèle SLS 23, n° 385). Il est équipé d'un capteur de pression à quartz (Paroscientific).

2. DÉROULEMENT DES ESSAIS

Les essais ont eu lieu le 16 janvier 1990 au bassin d'essais des carènes de la Direction des Constructions Navales (Paris).

Les caractéristiques du bassin circulaire utilisé sont les suivantes (fig. 1) :

- diamètre : 65 m
- profondeur : 4 m
- vitesse maximum de déplacement du chariot : 10 m/s
- précision du calcul de la vitesse du chariot : 1 cm/s

Le marégraphe SLS 23 était fixé, capteur en bas, sur un bâti-support (fig. 2) installé sous la nacelle du bras tournant du bassin, dont le rayon de giration est de 27 m (fig. 1). Deux faux bras en fils d'acier de 6,3 mm, équipés de ridoirs, maintenaient le tube du bâti et limitaient les vibrations aux grandes vitesses. Des adaptateurs permettaient d'effectuer simplement la rotation du marégraphe autour de son axe longitudinal pour des mesures à différentes orientations de l'étrier placé au-dessus du capteur de pression de l'appareil par rapport au sens de l'écoulement (fig. 2). Enfin, deux charnières rendaient possible le basculement du bâti lors des changements d'orientation (fig. 2).

La vitesse de déplacement du marégraphe, donc le courant, était incrémentée par pas de 1 m/s, de 0 à 6 m/s. Les vitesses étaient mesurées par une roue à fente et une cellule disposées sur le bras tournant et connectées à un calculateur HP 9845. Ces

⁽¹⁾ Pouvant atteindre 30 hPa, soit 30 cm de hauteur d'eau pour 4 nœuds.

⁽²⁾ Suber - Sainte Anne du Portzic - 29200 Brest - France.

vitesses ont été contrôlées par chronométrage à chaque tour. Chacun des 6 paliers de vitesse durait environ 5 min, à vitesse stabilisée. L'entraînement de la masse d'eau n'étant plus négligeable au bout de 5 min pour des vitesses supérieures à 2 m/s, il était nécessaire, à l'issue d'un palier, de faire tourner le bras en sens inverse jusqu'à casser l'erre de l'eau. La pression de référence était obtenue par un cycle de mesures à l'arrêt.

La séquence des 6 paliers de vitesses a été répétée pour chacune des 3 orientations suivantes du marégraphe (fig. 3) :

- étrier perpendiculaire au courant
- étrier à 45° du courant
- étrier parallèle au courant

Le traitement des données a été réalisé sur place à la fin des mesures avec un calculateur HP 9816 et le logiciel « SLS 23 » de l'EPSHOM.

Les conditions d'essais sont donc comparables à celles adoptées en 1989 lors des premières expérimentations analysant les effets des forts courants sur les marégraphes. Afin de multiplier les mesures pendant les paliers de 5 minutes, la cadence d'acquisition des données a été ramenée à 15 secondes, par une intervention du fabricant sur le système d'acquisition interne au marégraphe.

Compte tenu de la similarité observée en 1989 entre les deux marégraphes SLS 23 n°s 385 et 386, les mesures n'ont été effectuées que sur le premier de ces appareils.

Le dispositif d'atténuation de la dépression a été réalisé en PVC, sa description est donnée sur la figure 4.

3. RÉSULTATS

Les résultats sont présentés dans le tableau 1 et la figure 5.

Si les effets de la dépression n'ont pu être totalement éliminés, ils ont malgré tout été ramenés, quelle que soit l'orientation du marégraphe par rapport au courant, à la valeur la plus faible constatée lorsque le marégraphe est utilisé sans atténuateur de dépression.

C'est une amélioration importante qui nous conduit à conseiller l'emploi du dispositif lorsque les courants au niveau du capteur du marégraphe, c'est-à-dire près du fond, dépassent :

- 1 nœud pour obtenir une précision meilleure que 3 cm
- 2 nœuds pour obtenir une précision meilleure que 5 cm.

Dans la pratique, s'il est nécessaire de bien évaluer le courant maximal, il convient aussi d'éviter de l'exagérer. Aussi, tiendrons-nous compte du fait que,

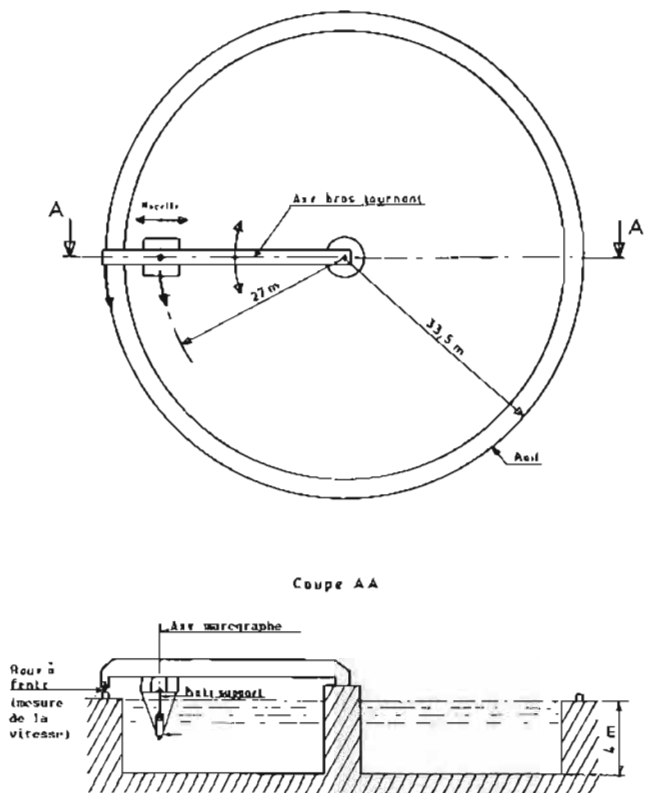


FIG. 1. - Bassin circulaire d'essais.

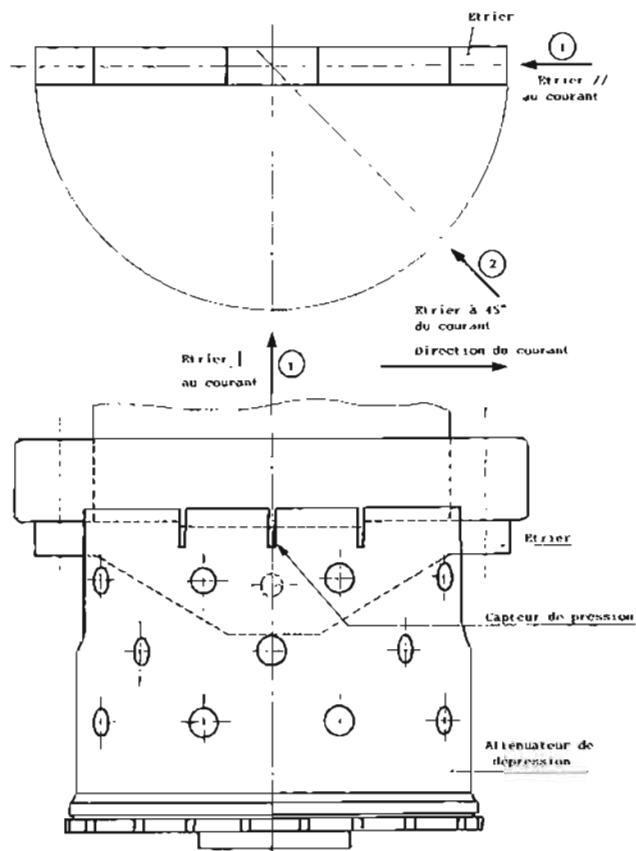


FIG. 3. - Orientations du marégraphe par rapport au courant.

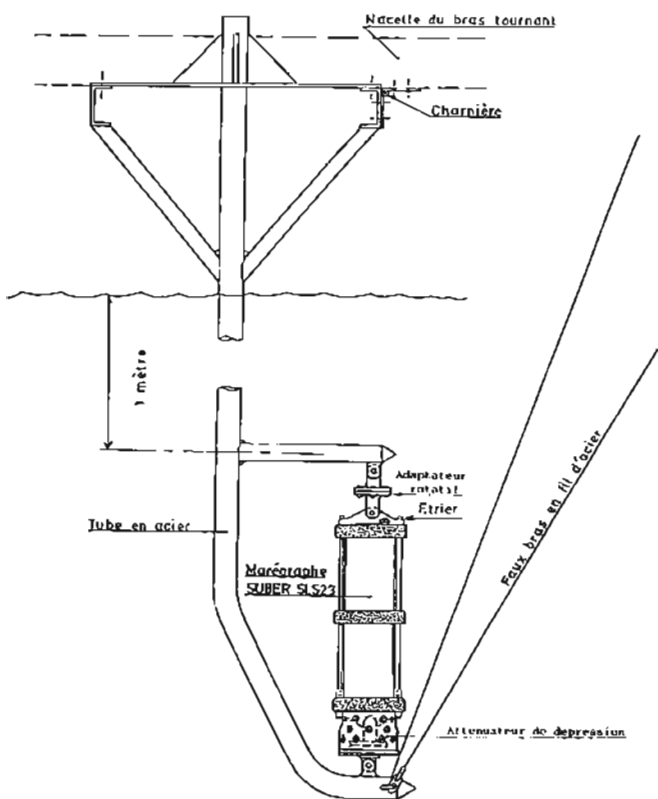


FIG. 2. - Bâti support du marégraphe.

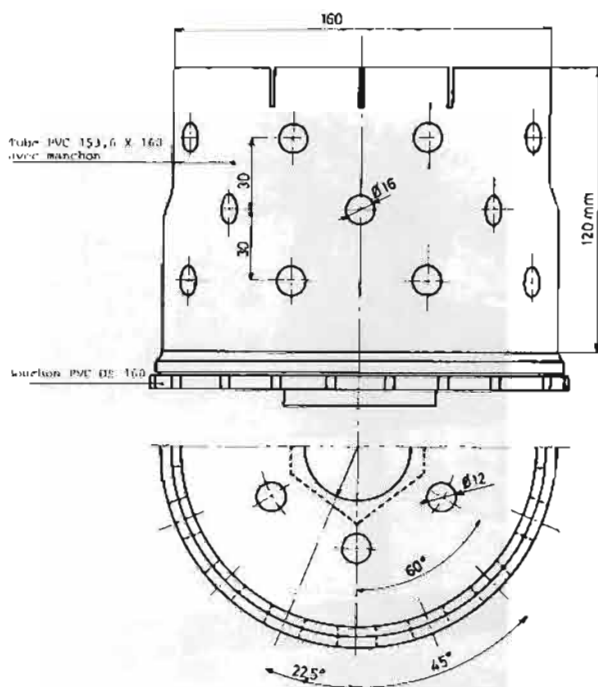
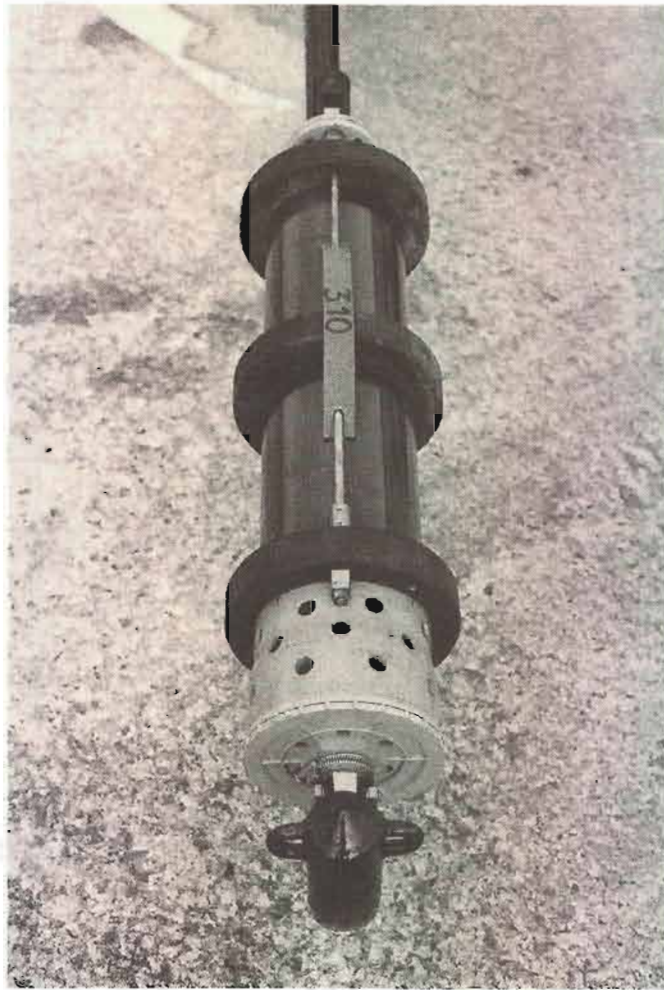
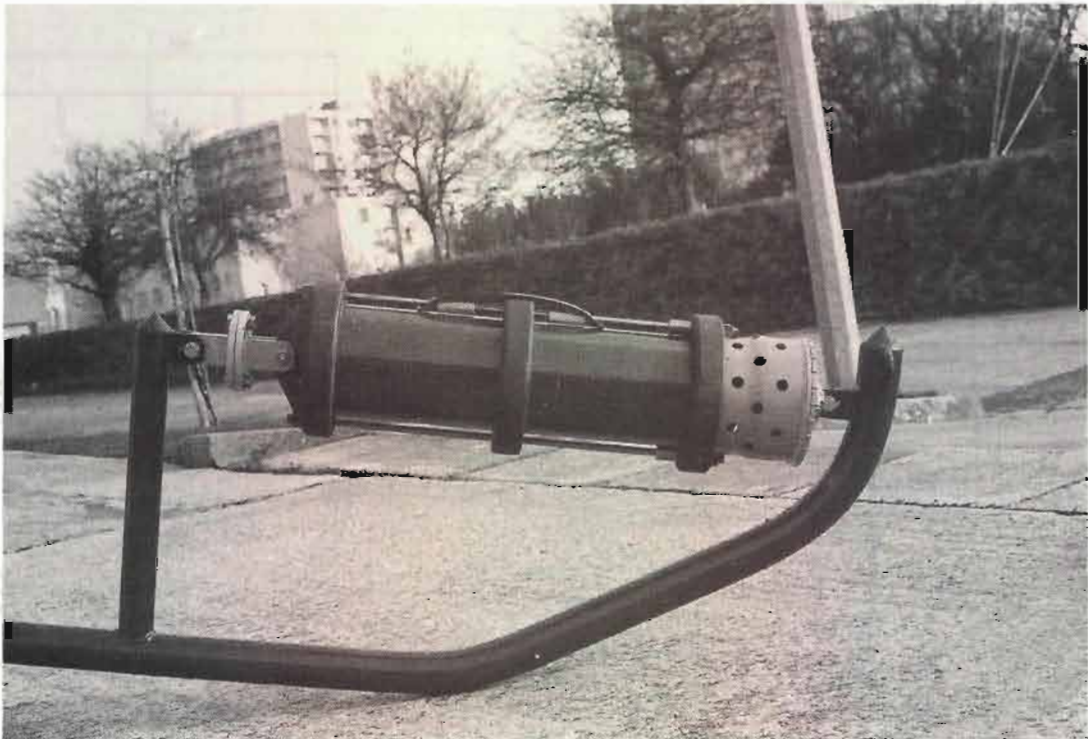


FIG. 4. - Schéma de l'atténuateur de dépression.



Le marégraphe Suber SLS 23 avec son atténuateur de dépression.



Le marégraphe monté sur son chassis d'essais.

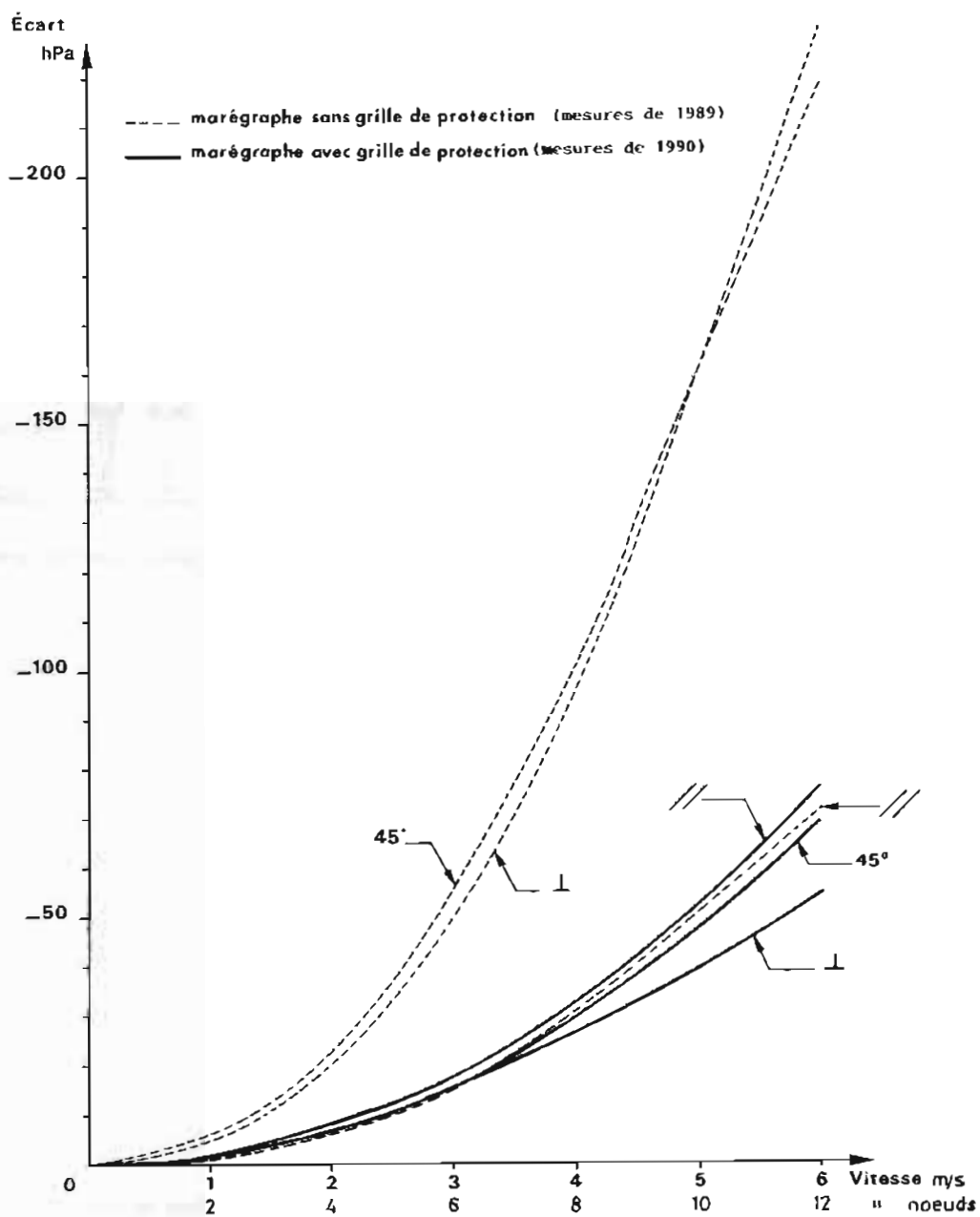


FIG. 5. — Dépressions observées en fonction de la vitesse : marégraphe n° 385.

de façon générale, la vitesse du courant près du fond à une hauteur correspondant aux dispositifs de mouillages habituellement utilisés par le SHOM, est sensiblement plus faible que la vitesse en surface.

Les figures 6 et 7 permettent de déterminer les hauteurs au-dessus du fond des capteurs de pres-

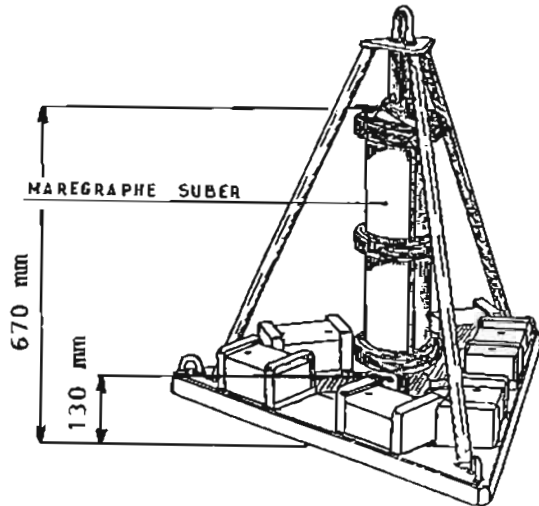


FIG. 6. - Cage pyramidale « côtière ».

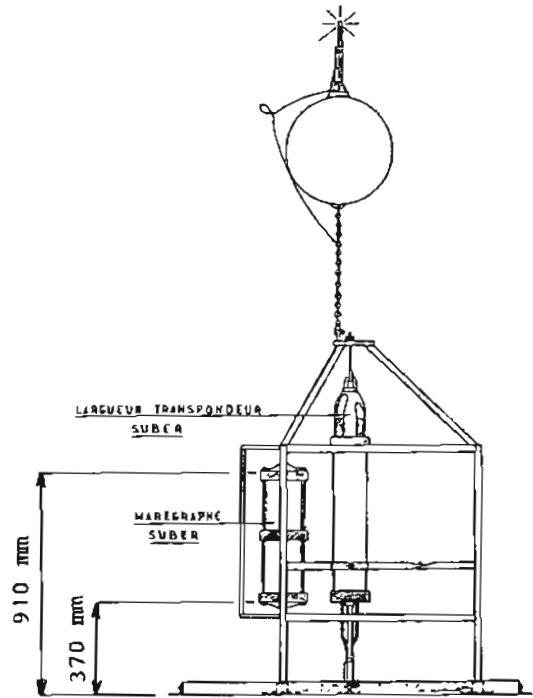
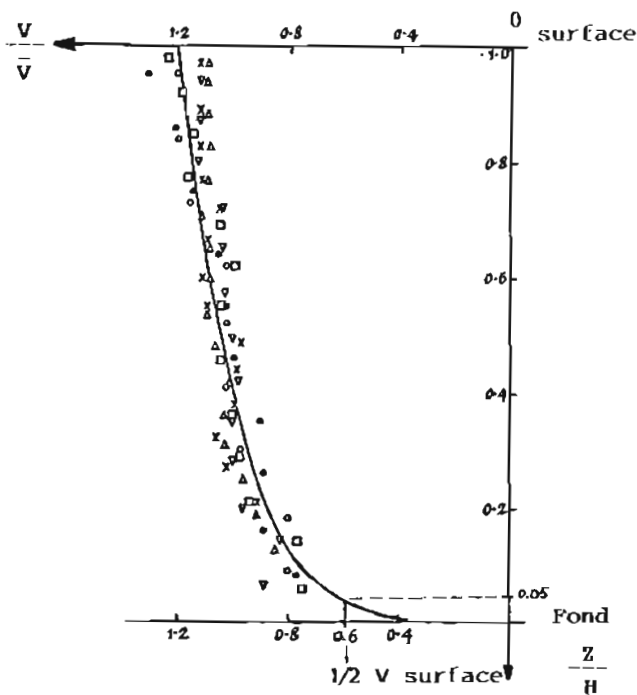


FIG. 7. - Cage avec largeur « plateau continental ».



V : vitesse du courant
 \bar{V} : vitesse moyenne du courant sur la couche d'eau
 H : profondeur de l'eau
 Z : hauteur au-dessus du fond
 Résultats obtenus à partir de mesures dans le Pas de Calais en 1960 par fonds de 30 à 50 mètres (Cartwright).
 Exemple : par fond de 20 m (H) à 1 mètre au-dessus du fond (Z) la vitesse peut être estimée à la moitié de la vitesse en surface.

FIG. 8. - Schématisation d'un profil de vitesse en fonction de la profondeur.

TABLEAU 1. – Résultats des mesures ; marégraphe n° 385 (avec atténuateur).

	Vitesse (m/s)	Pression mesurée (hPa)	Pression de référence (hPa)	Écart (hPa)
Étrier ⊥ au courant	1,00	1 179	1 180	- 1
	2,02	1 173	1 181	- 8
	3,00	1 166	1 181	- 15
	3,99	1 154	1 181	- 27
	5,00	1 139	1 181	- 42
	6,00	1 127	1 180	- 53
Étrier à 45° au courant	1,00	1 180	1 181	- 1
	2,00	1 173	1 181	- 8
	3,01	1 165	1 181	- 16
	3,97	1 052	1 181	- 29
	5,00	1 132	1 180	- 48
	5,99	1 111	1 180	- 69
Étrier // au courant	1,00	1 178	1 179	- 1
	2,00	1 171	1 180	- 9
	3,01	1 162	1 179	- 17
	3,99	1 147	1 179	- 32
	5,01	1 124	1 178	- 54
	5,99	1 103	1 178	- 75

1 hPa équivaut à 1 cm d'eau.

sion pour différentes cages du SHOM (capteur en haut ou en bas).

Connaissant la profondeur et la vitesse du courant en surface, il est possible, en exploitant le graphique (fig. 8) établi par Cartwright (*A study of currents in the Strait of Dover - JIN Vol. 4*), d'é-

valuer au moins approximativement le courant au niveau du capteur.

Le tableau donné dans la conclusion présentée au début de ce rapport préconise quelques règles plus simplifiées pour l'emploi de l'atténuateur de dépression.

ÉVALUATION DES MARÉGRAPHES SUBER EN PRÉSENCE DE COURANTS FORTS

par

MM. M. HUET et B. LEBRETON,
Ingénieurs Principaux des Études et Techniques d'Armement,
C. BATANY et J.C. KERINEC, Service Hydrographique et Océanographique de la Marine

RÉSUMÉ

Détermination, par des essais effectués dans un bassin de giration, de l'erreur de mesure commise par le capteur de pression d'un marégraphe Suber SLS 23, en fonction de la vitesse du courant.

Interprétation des résultats.

ABSTRACT

Determination, after tests carried out in a giratory water basin, of the measurement error of a Suber SLS 23 tide-gauge pressure sensor with respect to water current speed.

Results are discussed.

1. GÉNÉRALITÉS

Pour obtenir des mesures précises de hauteurs d'eau à partir d'un marégraphe à pression tel que le marégraphe Suber SLS 23 employé au SHOM, il convient de prendre en compte les effets perturbateurs dus à la pression atmosphérique, la salinité et l'écoulement du fluide autour du capteur de pression [réf. 1]. Dans les procédures en vigueur, des corrections de pression atmosphérique et de salinité sont apportées. L'objet de la présente étude est la troisième correction liée à l'écoulement.

La mesure de pression est altérée par l'écoulement hydrodynamique autour du capteur (effet Bernouilli de pression dynamique). La variation de pression qui en résulte s'exprime par une relation de la forme :

$$\Delta P = -\frac{1}{2} K f V^2$$

avec

f : Masse volumique du fluide

V : Vitesse de l'écoulement

K : Constante qui dépend du capteur lui-même dans son environnement mécanique, et de son orientation par rapport à la direction de l'écoulement.

Des essais effectués au Canada et en Grande-Bretagne il y a une dizaine d'années, ont montré que :

— l'effet dépressionnaire, (et donc l'erreur commise), est maximum lorsque l'écoulement est tangentiel au capteur, c'est-à-dire lorsque le marégraphe est disposé verticalement, condition normale d'emploi du marégraphe Suber [réf. 2] ;

— pour un marégraphe Aanderaa, l'erreur de mesure peut atteindre 5 hPa (donc 5 cm) pour un courant de 1 m/s et 35 hPa pour un courant de 2,5 m/s [réf. 3].

Ainsi, dès qu'un courant de 1 m/s est atteint, ce qui, a priori, n'est pas exceptionnel, la mesure d'un marégraphe à pression pourrait être entachée d'une erreur supérieure à la précision annoncée par le constructeur (3 cm), du même ordre de grandeur que la précision recherchée dans les applications scientifiques des mesures de marée, et de nature enfin à contrarier la précision demandée dans la réduction des sondages (30 cm par petits fonds).

C'est pourquoi, des essais en bassin du marégraphe Suber SLS 23 ont été décidés, en vue de déterminer la valeur de la constante K et, ainsi, d'évaluer précisément les erreurs commises en présence de courants forts.

2. DÉROULEMENT DES ESSAIS

Les essais ont eu lieu les 11, 12 et 13 avril 1989 au bassin d'essais des carènes du Service Technique des Constructions et Armes Navales, à Paris.

Les caractéristiques du bassin circulaire utilisé sont les suivantes :

- diamètre : 65 m
- profondeur : 4 m
- vitesse maximum de déplacement du chariot : 10 m/s
- précision du calcul de la vitesse du chariot : 1 cm/s

Le marégraphe SLS 23 était fixé, capteur en bas, sur un bâtiment (photo 1) installé sous la nacelle du bras tournant du bassin (photo 2), dont le rayon de giration est de 27 m (fig. 1). Deux faux bras en fils d'acier de 6,3 mm, équipés de ridoirs, maintenaient le tube du bâti et limitaient les vibrations aux grandes vitesses. Des adaptateurs permettaient simplement la rotation du marégraphe pour des mesures à différentes orientations de l'appareil par rapport au sens de l'écoulement (fig. 2). Enfin, deux charnières rendaient possible le basculement du bâti lors des changements d'orientation (photo 3).

La vitesse de déplacement du marégraphe, donc le courant, était incrémentée par pas de 1 m/s, de 0 à 6 m/s. Chacun des 6 paliers de vitesse durait environ 5 min, à vitesse stabilisée. L'entraînement de

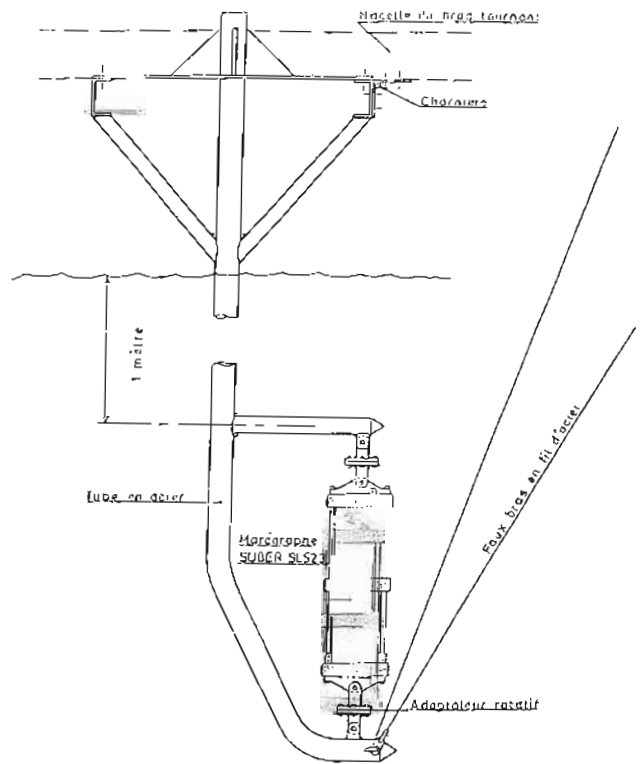
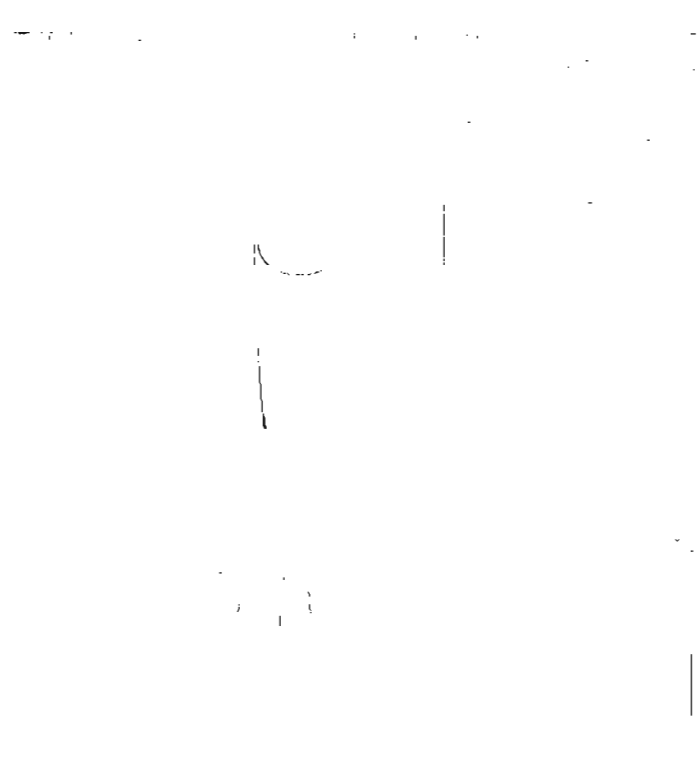


FIG. 1. - Bâti-support du marégraphe.

1. - Marégraphe sur le bâti-support.



2. - Bras tournant en mouvement.



3. - Intervention sur le marégraphe.

la masse d'eau n'étant plus négligeable au bout de 5 min pour des vitesses supérieures à 2 m/s [réf. 4], il était nécessaire à l'issue d'un palier de faire tourner le bras en sens inverse jusqu'à casser l'erre de l'eau.

La séquence des 6 paliers de vitesses a été répétée pour chacune des 3 orientations suivantes du marégraphe (fig. 2) :

- étrier perpendiculaire au courant
- étrier à 45° du courant
- étrier parallèle au courant

Le traitement des données a été réalisé sur place à la fin des mesures. Afin de confirmer les résultats obtenus, l'ensemble des essais ci-dessus a été répété sur un second marégraphe.

La cadence maximum d'acquisition d'un marégraphe SLS 23 qui est d'une minute en standard, période trop importante eu égard à la durée d'un palier de vitesse (~ 5 min), a pu être ramenée à 15 s sur les deux appareils essayés, par une intervention du fabricant effectuée à titre gracieux.

La pression de référence était obtenue par un cycle de mesures à l'arrêt.

Le matériel utilisé pour les essais se décompose comme suit :

- 2 marégraphe Suber SLS 23

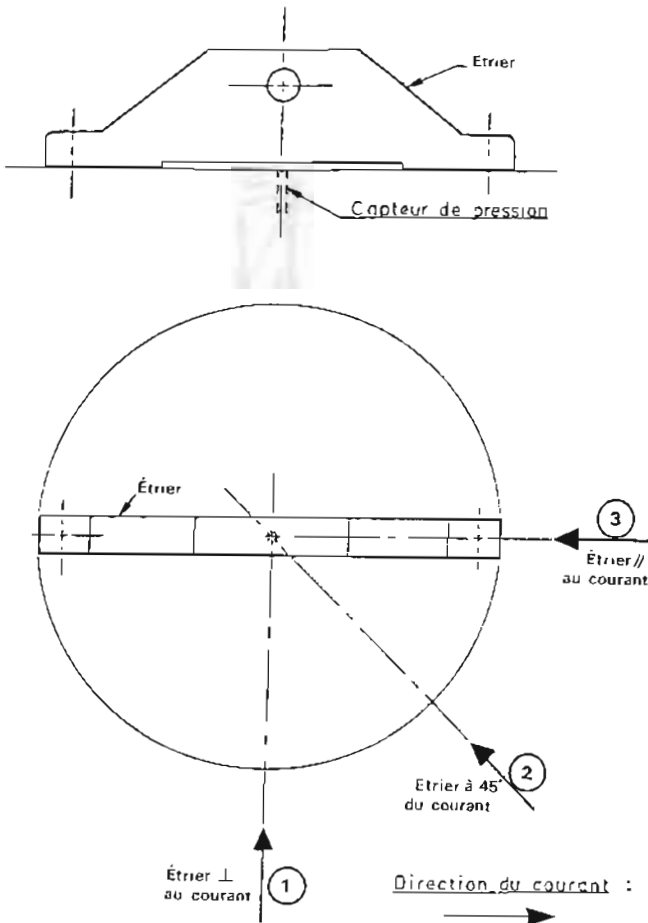


FIG. 2. - Orientations du marégraphe par rapport au courant.

- 1 ordinateur HP 9816 et ses périphériques :
 - 1 imprimante et 1 traceur (photo 4)
 - 1 garde temps
 - 1 appareil photo

3. RÉSULTATS

Les résultats sont résumés dans les tableaux 1 (marégraphe n° 385) et 2 (n° 386), et sur les courbes des figures 3 (n° 385) et 4 (n° 386). Ils appellent les remarques suivantes :

- a) Les courbes correspondant aux 2 marégraphe testés sont très similaires. L'écart observé est minimum lorsque l'étrier est parallèle à la direction du courant. Les écarts les plus importants sont obtenus lorsque l'étrier est à 45° du courant pour des vitesses inférieures à 4 m/s (il n'est pas impossible que des écarts encore plus grands auraient été mesurés pour d'autres orientations). Les écarts correspondant à la position : étrier perpendiculaire au courant, sont inférieurs aux valeurs ci-dessus, sans doute en raison de

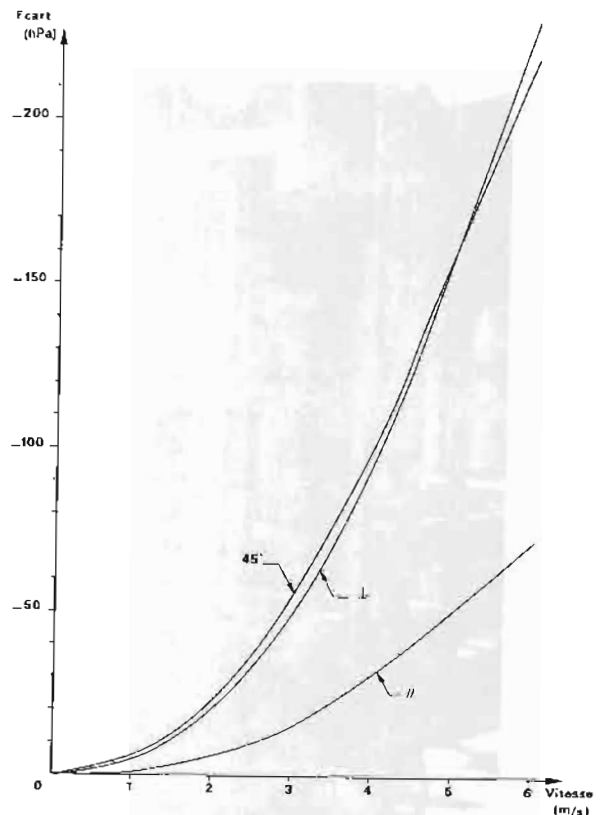


FIG. 3. - Ecart de pression observé en fonction de la vitesse : marégraphe n° 385.

4. - Matériel d'acquisition des données.

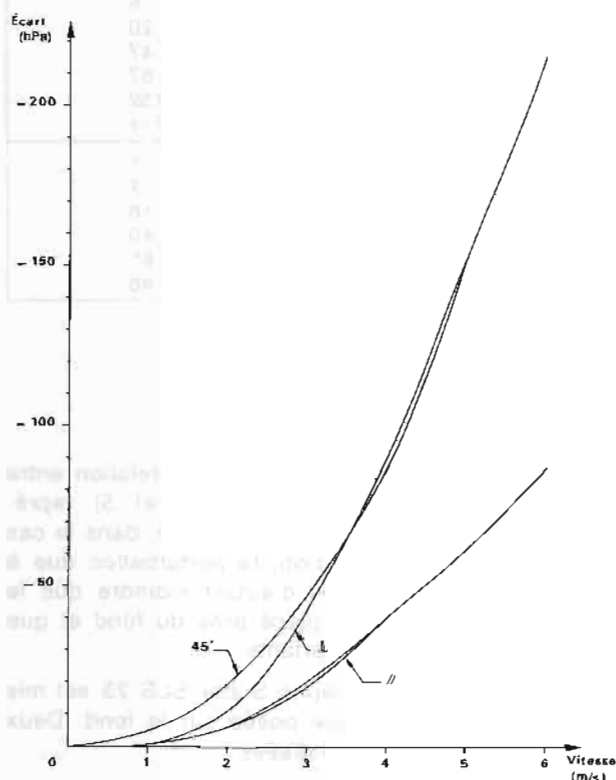


FIG. 4. - Ecart de pression observé en fonction de la vitesse : marégraphe n° 386.

l'évidement pratiqué dans l'étrier à l'endroit du capteur de pression.

b) Les mesures confirment les résultats évoqués au paragraphe 1, à savoir :

— que les courbes obtenues sont bien du type :

$$\Delta P = -\frac{1}{2} K f V^2$$

En ne retenant, pour chaque vitesse, que l'écart maximum observé, on obtient, par un calcul utilisant la méthode des moindres carrés, les valeurs suivantes de K :

- 12,7 SI pour le marégraphe n° 385
- 11,8 SI pour le marégraphe n° 386

Ces valeurs sont voisines de celle calculée pour un marégraphe Aanderaa : 10,9 SI [réf. 3] ;

— que l'erreur commise peut atteindre 6 hPa (donc 6 cm, ordre de grandeur de la précision recherchée) pour un courant de 1 m/s.

Avec un courant de 2,5 m/s, l'erreur maximum de mesure est d'environ 35 hPa, valeur identique à celle constatée sur un marégraphe Aanderaa [réf. 3].

c) Pour une vitesse donnée, on observe une grande variation des écarts selon l'orientation de l'étrier par rapport à la direction du courant (de 1 à 6 hPa pour $V = 1$ m/s). Comme cette orientation n'est pas connue dans les conditions normales d'emploi d'un marégraphe SLS 23, toute correction d'écoulement sur la mesure de pression est difficile à

TABLEAU 1. – Résultats des mesures ; marégraphe n° 385.

	Vitesse (m/s)	Pression mesurée (hPa)	Pression de référence (hPa)	Écart (hPa)
Étrier ⊥ au courant	1,03	1 173	1 178	- 5
	1,99	1 158	1 178	- 20
	3,08	1 126	1 177	- 51
	3,99	1 080	1 176	- 96
	5,02	1 015	1 176	-161
	6,02	945	1 175	-230
Étrier à 45° au courant	0,99	1 167	1 173	- 6
	2,02	1 149	1 173	- 24
	3,00	1 116	1 172	- 56
	4,00	1 072	1 173	-101
	5,01	1 010	1 172	-162
	5,98	955	1 173	-218
Étrier // au courant	1,02	1 171	1 172	- 1
	2,01	1 165	1 171	- 6
	3,03	1 157	1 172	- 15
	3,98	1 141	1 172	- 31
	5,03	1 122	1 173	- 51
	5,99	1 100	1 172	- 72

TABLEAU 2. – Résultats des mesures ; marégraphe n° 386.

	Vitesse (m/s)	Pression mesurée (hPa)	Pression de référence (hPa)	Écart (hPa)
Étrier ⊥ au courant	1,03	1 174	1 175	- 1
	2,03	1 164	1 175	- 11
	3,01	1 132	1 175	- 43
	4,00	1 083	1 175	- 92
	5,02	1 023	1 175	-152
	6,03	960	1 175	-215
Étrier à 45° au courant	1,00	1 167	1 172	- 5
	2,02	1 151	1 171	- 20
	3,02	1 125	1 172	- 47
	4,02	1 085	1 172	- 87
	5,03	1 020	1 172	-152
	6,02	962	1 176	-214
Étrier // au courant	1,03	1 169	1 170	- 1
	1,99	1 163	1 170	- 7
	3,02	1 152	1 170	- 18
	4,00	1 130	1 170	- 40
	5,05	1 111	1 172	- 61
	5,98	1 086	1 172	- 86

appliquer, sinon impossible ; (pour être rigoureux, il conviendrait dans ce cas de résoudre également les problèmes que poseraient alors, d'une part la mesure du courant simultanément à celle de la marée, et d'autre part la détermination précise de la fonction

$$\Delta P = f(V, \theta)$$

θ étant l'orientation de l'étrier par rapport au courant).

En conclusion, s'il est prouvé qu'un courant de 1 m/s ou plus existe près du fond dans les zones où sont mouillés habituellement les marégraphe SLS 23, il devient alors impératif de trouver un moyen d'éviter que l'écoulement du fluide ne vienne perturber la mesure du capteur de pression du marégraphe.

4. CONSÉQUENCES

D. Cartwright a établi en 1960 une relation entre la vitesse du courant et l'immersion [réf. 5], représentée par la figure 5. Il en résulte que, dans le cas d'un marégraphe à pression, la perturbation due à la vitesse du courant est d'autant moindre que le capteur de pression est placé près du fond et que la hauteur d'eau est importante.

Au SHOM, le marégraphe Suber SLS 23 est mis en œuvre dans une cage posée sur le fond. Deux types de cage ont été réalisées :

— une cage « côtière » (fig. 6) pour les observations de marée par petits fonds (typiquement moins de 20 mètres)

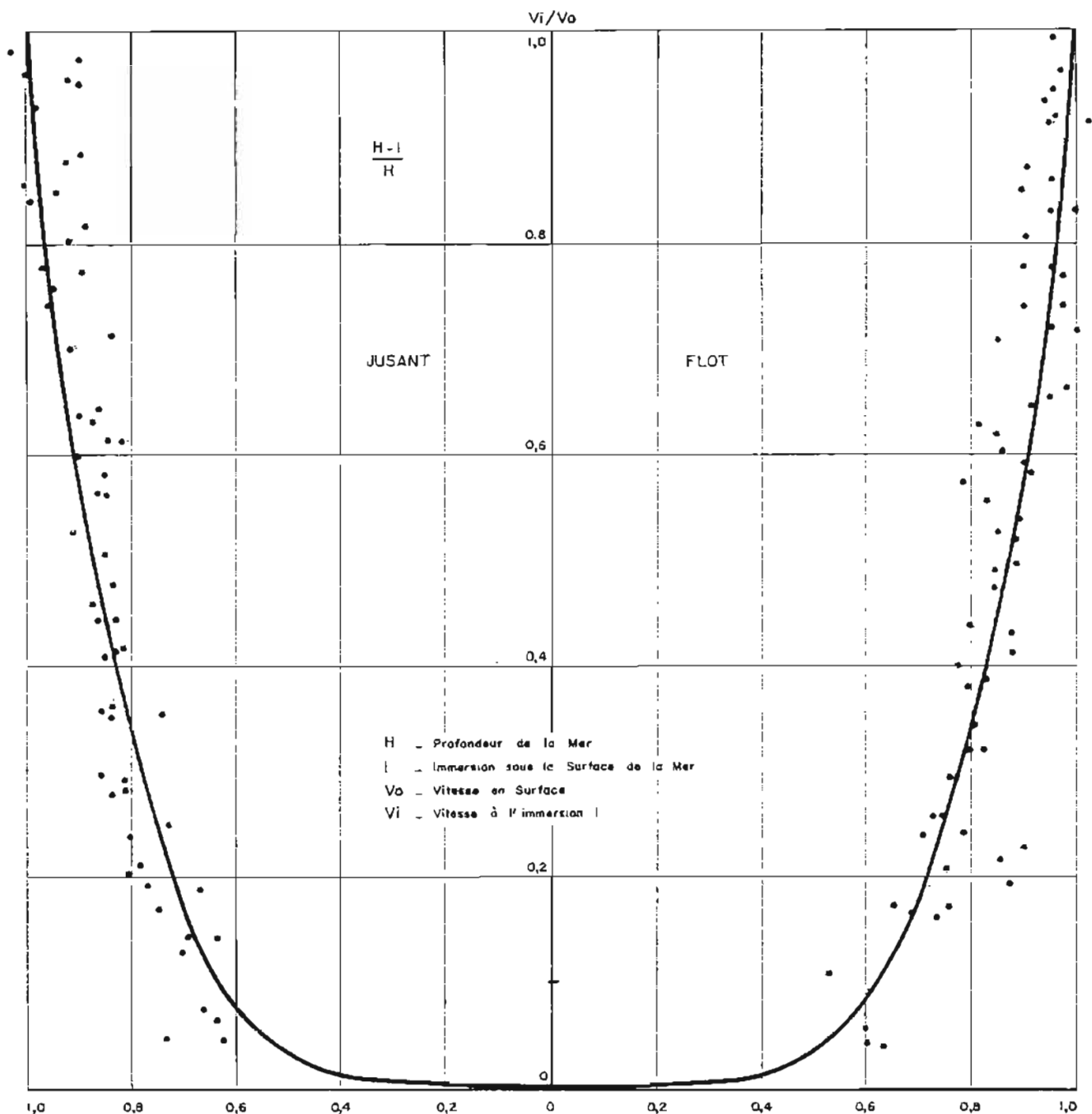


FIG. 5. - Variation de la vitesse du courant en fonction de l'immersion d'après l'étude de D. Cartwright - 1960.

— une cage « plateau » pour les mesures sur le plateau continental.

Des observations de courant effectuées sur le plateau continental ont montré que la vitesse du courant reste inférieure à 1,5 m/s [réf. 6].

Dans le cas le plus défavorable rencontré : 1,3 m/s à 30 m du fond, la quantité $\frac{H-I}{H}$ évoquée sur la figure 5 vaut 0,03, valeur correspondant à un courant de 0,6 m/s seulement au niveau du marégraphe. Il est donc raisonnable d'admettre que la

perturbation liée à l'écoulement est négligeable sur le plateau. Toutefois, par précaution, le marégraphe sera disposé capteur en bas dans sa cage.

Près de la côte, les courants mesurés sont nettement plus forts. Dans le Pas de Calais, un courant de 2,4 m/s a été observé, en vive eau exceptionnelle, près de la surface par fonds d'une vingtaine de mètres [réf. 5]. En baie de la Vilaine, un courant de 1,6 m/s a été mesuré en surface, par fonds d'environ 5 mètres [réf. 7]. Dans le port de Calais, on a relevé un courant de 1,5 m/s à mi-profondeur par

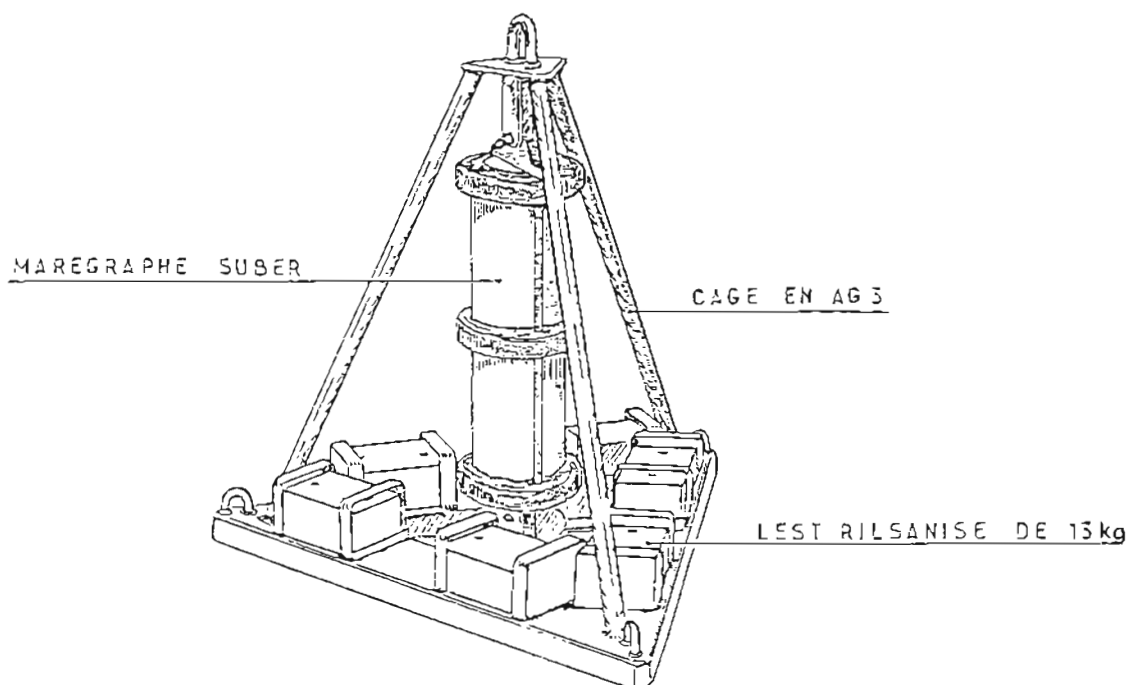


FIG. 6. - Cage côtière pour marégraphe Suber.

fonds de 10 mètres [réf. 8]. Enfin, dans le raz de Sein et devant Plogoff, des courants de 2,0 m/s et 1,5 m/s ont été mesurés près de la surface par fonds de 20 mètres environ [réf. 9].

Dans les cas décrits ci-dessus, on vérifie, en se conformant à la courbe de Cartwright sous réserve qu'elle s'applique à des fonds inférieurs à 20 mètres, que le courant est encore d'environ 1 m/s à 40 cm du fond. Par ailleurs, selon la disposition du marégraphe dans une cage côtière : capteur de pression en haut ou en bas, le capteur se situe à 0,70 m ou à 0,10 m du fond respectivement. Afin de minimiser la perturbation, il importe donc que le capteur de pression soit en bas.

5. CONCLUSIONS

- a) Lorsque la vitesse du courant est inférieure à 1,5 m/s, par petits fonds, la perturbation de pression due à l'écoulement du fluide peut être négligée, à condition que le marégraphe soit disposé dans la cage capteur vers le bas.
- b) Pour les zones où les conditions ci-dessus ne sont pas satisfaites, il conviendrait d'étudier un dispositif réduisant la perturbation : par exemple, une grille circulaire entourant le capteur, dans la cage (fig. 7). L'efficacité d'un tel dispositif serait à vérifier à l'occasion d'un essai en bassin.

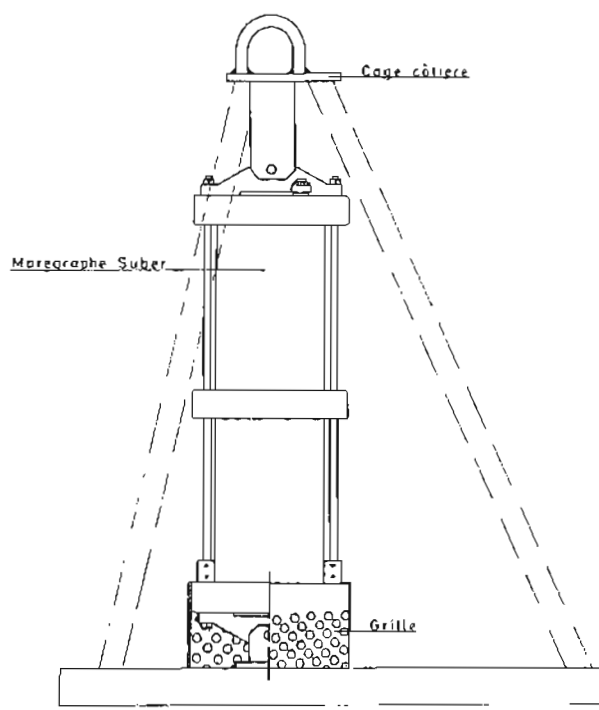


FIG. 7. - Dispositif de réduction de l'effet de courant.

- c) Parmi les observations déjà obtenues par petits fonds à l'aide de marégraphes SLS 23, celles effectuées dans des zones réputées à fort courant (plus de 1,5 m/s) doivent être considérées avec prudence.

RÉFÉRENCES

- [1] MONDOT J. et DOLOU H. – Résultats d'étalonnage de marégraphes Suber SLS 13 - SLS 23, Rapport d'étude n° 10/86 – EPSHOM – 1986.
- [2] BANASZEK. – Procedures and problems associated with the calibration and use of pressure sensors for sea level measurements, 105.
- [3] MUIR L. – Effets Bernouilli sur les limnimètres à pression, *Revue Hydrographique Internationale*, juillet 1978.
- [4] LEBRETON B. et DOLOU H. – Limites d'emploi, précision, opportunité des étalonnages, lestage des courantomètres suspendus en surface, Rapport d'étude n° 9/87 – EPSHOM – 1987.
- [5] Travaux de reconnaissance dans le Pas de Calais, Groupement d'études du tunnel sous la Manche – 1965.
- [6] DOLOU H., LE GOFF M. et BATANY C. – Présentations et analyses des mesures de courants, marées, températures, réalisées au large de la Bretagne pendant la campagne COURIR V, Rapport d'étude n° 11/87 – EPSHOM – 1987.
- [7] DE NADAILLAC G. et LEBRETON M. – Les courants en baie de la Vilaine. Présentation et interprétation des données, IFREMER – 1985.
- [8] ALLEN H. et MANCEL Y. – Mesure des courants de marée au voisinage du port de Calais, EDF/LNH – 1979.
- [9] ALLEN H. – Recueil des mesures de houle, courants, températures de l'eau effectuées sur le site de Plogoff, EDF/LNF – 1978.

DEUXIÈME PARTIE

MISSION OCÉANOGRAPHIQUE DE L'ATLANTIQUE (13 décembre 1980 – 13 juin 1982)

par

M. M. BOULARD
Ingénieur en Chef de l'Armement (hydrographe)

SOMMAIRE

INTRODUCTION

PREMIÈRE PARTIE : Généralités

- I.1. Moyens
- I.2. Méthodes

DEUXIÈME PARTIE : Travaux effectués

- II.1. ANTIVOLC 81 (6-21 janvier 1981). Levé sismique en Guadeloupe
- II.2. Levé hydrographique en Martinique (7 décembre 1980 - 28 avril 1981)
- II.3. Levé hydrographique du Sud Finistère (19 août - 2 septembre 1981)

- II.4. Campagne océanographique ENVAT 81 (ENVironnement ATlantique 81)
- II.5. Levé hydrographique en Mer de Norvège (22 mars - 19 mai 1982)

Annexe technique A : Le gravimètre KSS 5,
par l'IA Chimot

Annexe technique B : Le gravimètre KSS 30,
par l'IETA Dolou

Annexe technique C : L'automatisation des travaux,
par l'IPA Gaillard

INTRODUCTION

Ce rapport rend compte de l'activité de la Mission Océanographique de l'Atlantique (MOA) du 13 décembre 1980 date à laquelle j'ai pris la suite de l'Ingénieur en Chef de l'Armement Milard, au 13 juin 1982, date à laquelle j'ai été remplacé par l'Ingénieur en Chef de l'Armement Le Guen.

Pendant la période concernée, les fonctions d'Adjoint au Directeur de Mission ont été exercées par

l'Ingénieur de l'Armement Chimot remplacé par l'Ingénieur de l'Armement Gaillard le 26 février 1981.

L'Ingénieur des Études et Techniques d'Armement (IETA) Le Roux puis l'IETA Dolou furent plus spécialement chargés des problèmes de géodésie et de gravimétrie.

L'IETA Huet puis l'IETA Porée furent chargés de la maintenance du matériel électronique.

PREMIÈRE PARTIE GÉNÉRALITÉS

I.1. MOYENS

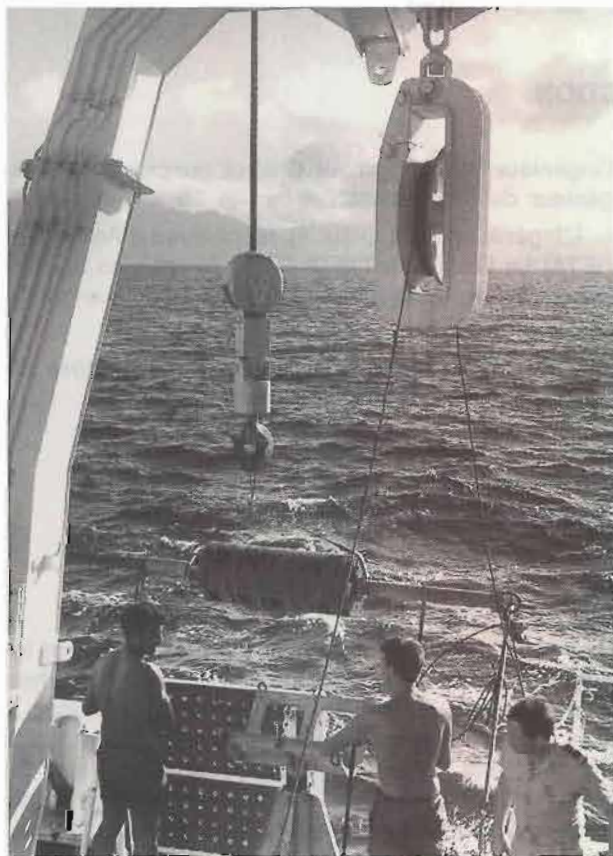
I.1.1. Personnel placé directement sous les ordres du Directeur de Mission

Le plan d'armement de la MOA était de dix officiers-mariniers hydrographes, de cinq officiers-mariniers non hydrographes et de neuf quartiers-mâtres

ou matelots. Ce plan d'armement était nettement insuffisant en ce qui concerne les officiers-mariniers hydrographes; les travaux ne purent être menés à bien et les levés rédigés sans retard que grâce à un surnuméraire quasi-permanent de deux unités et au bon fonctionnement des moyens informatiques de rédaction, malgré leur caractère encore expérimental. Le rôle des officiers-mariniers programmeurs fut essentiel dans la mise en œuvre de ces moyens.

I.1.2. B.O. *D'Entrecasteaux*

Seul bâtiment de la MOA, le *D'Entrecasteaux* fut commandé successivement par le CF Pilven jusqu'au 6 juin 1981, puis par le CF Besnard. On ne reviendra pas ici sur les principales caractéristiques du bâtiment et de sa drome déjà décrites et appréciées dans les rapports des précédents directeurs de mission (voir notamment les rapports de MM. Comolet-Tirman, *Annales Hydrographiques* n° 743-1976 et Schrupf, *Annales Hydrographiques* n° 749-1978). Ces caractéristiques étaient toujours d'actualité en 1981-1982, à quelques modifications près. On doit signaler toutefois qu'après bien des tâtonnements et des échecs au cours des années précédentes, le système de mouillage par grands fonds avait été totalement modifié en 1979, année au cours de laquelle fut mis en place un système de mouillage «type Tydeman», comprenant un simple fil d'acier de 12,5 mm anti-torsion avec ancre Danforth de 340 kg et 20 m de chaîne. Ce système, utilisé avec précaution et en liaison avec un emploi judicieux des propulseurs dès que la traction dépassait 3 000 daN permit de réussir en septembre-octobre 1981 trois mouillages de 3, 2 et 2 jours par des fonds de 4 000 à 4 500 m (6 000 m de câble à l'eau) et de tenir par vents de 37 nœuds, mer force 5. Le principal in-



B.O. *D'Entrecasteaux* – Manœuvre du carottier Küllenberg

convénient de l'installation actuelle est le chemin suivi par le câble entre le treuil et un chaumard latéral situé à tribord avant, chemin qui comporte notamment un rappel à angle droit à l'avant du bâtiment, alors qu'un chaumard axial serait à tous points de vue préférable. Le système de mise à l'eau de l'ancre à l'aide d'une potence à manœuvre manuelle située à l'extrême avant du bâtiment est sommaire et dangereux. La mise en œuvre du dispositif de mouillage reste longue et délicate : 2 à 3 heures pour la descente, 3 à 5 heures pour la remontée pour 4 500 m de fond. Les tractions, contrôlées au dynamomètre, atteignent 5 000 daN au dérapage. On peut estimer que, comme les bâtiments étrangers, la tenue au mouillage du *D'Entrecasteaux* est assurée jusqu'à 35 nœuds de vent et mer force 5; au-delà, le bâtiment chasse.

Comme autres modifications apportées aux caractéristiques du bâtiment signalées par les rapports antérieurs, on notera le remplacement en 1981 des enregistreurs Edo des sondeurs par des enregistreurs Raytheon et l'embarquement d'un gravimètre KSS 30 de Bodenseewerk.

L'on ne peut conclure ce paragraphe consacré au *D'Entrecasteaux* sans mentionner les excellentes qualités de tenue à la mer du bâtiment qui furent appréciées notamment au cours des campagnes océanographiques.

Par contre, doit être également signalé le manque de souplesse de certains matériels hydrauliques, notamment du portique avant. Ce défaut est particulièrement sensible lors des manœuvres de mise à l'eau et de récupération des bouées et lors des carottages. Ces derniers sont encore compliqués par l'obligation d'utiliser simultanément la grue et le portique pour la manœuvre du carottier Küllenberg, dont le poids il faut le rappeler, est de l'ordre de 5 à 600 kg.

I.1.3. Vedettes

Le B.O. *D'Entrecasteaux* disposait de 3 vedettes hydrographiques de 9 mètres en très bon état mais dont l'usage intensif en Martinique fit apparaître certaines faiblesses chroniques concernant le circuit hydraulique des gouvernails «Kitchen», les courroies des auxiliaires et les collecteurs d'échappement qui durent être réparés ou changés dès le début des travaux. Des interférences perturbèrent sérieusement le fonctionnement des appareils embarqués, Trident et Toran, notamment. Des remèdes aussi empiriques que des déplacements d'antenne permirent de limiter les perturbations à un niveau compatible avec l'exploitation des matériels, sans que le problème soit résolu au fond.

Basées sur la côte Est de la Martinique pendant la quasi-totalité du séjour de la MOA aux Antilles,

deux vedettes travaillant en autonomie, effectuèrent les travaux prévus dans les délais impartis. Au cours de ce levé effectué dans des conditions de mer difficiles, elles firent preuve d'excellentes qualités marines. Deux vedettes basées à Lorient travaillèrent également en autonomie sur la côte Sud du Finistère entre Port Manech et Lorient dans la deuxième quinzaine d'août 1981. Ce levé fut effectué sans difficultés mais bénéficia de conditions météorologiques particulièrement clémentes. Les sondeurs Atlas Deso 10 embarqués sur ces vedettes fonctionnèrent de façon satisfaisante; les ensembles et pièces de rechange disponibles permirent de faire face aux avaries les plus courantes.

1.1.4. Hélicoptère

Un hélicoptère Alouette III embarqué à bord du *D'Entrecasteaux* fut mis à la disposition de la mission pendant la durée de son séjour aux Antilles. En fait, cet hélicoptère fut le plus souvent stationné sur l'aéroport du Lamentin (près de Fort-de-France) où il pouvait, de nuit et par mauvais temps, être abri-

té dans un hangar de l'Armée de l'Air. La mise en œuvre de l'hélicoptère à partir de l'aéroport fut extrêmement commode, aucun de ses mouvements ne mobilisant une partie de l'équipage du bâtiment. En outre, l'aéroport du Lamentin était proche du bourg du François, base des vedettes et du personnel chargé des travaux de la côte Est et normalement usagers prioritaires de l'hélicoptère.

La contribution de l'hélicoptère au bon déroulement des travaux fut essentielle. Cet appareil dont le taux de disponibilité fut tout à fait remarquable (en six mois, une seule mission fut retardée de 48 heures) se chargea pratiquement de la mise en place du ravitaillement et de la maintenance des stations de radiolocalisation, palliant ainsi les nombreuses défaillances des véhicules et permettant d'accéder rapidement aux stations les plus isolées. Il fut par ailleurs utilisé en géodésie, topographie, reconnaissance et transports divers. Son action fut particulièrement remarquable en Dominique, où il fut mis en œuvre à partir du *D'Entrecasteaux*. En l'absence de moyens routiers, il effectua la totalité des transports entre le bâtiment mouillé à Roseau (côte Ouest) et les stations de la côte Sud.

Pour la totalité du séjour aux Antilles, 153 heures d'Alouette III furent utilisées.



Hélicoptère Alouette III – Transport de matériel

1.1.5. Véhicules

La MOA disposait en permanence de véhicules automobiles comprenant 1 camion 4x4 GS2 Renault, 1 break 504 Peugeot et 1 break 304 Peugeot; elle reçut à titre de prêt du Centre Auto Principal de Brest, 2 jeeps pour la durée de son séjour aux Antilles. Ces véhicules étaient assez usagés et les jeeps en particulier ne rendirent que des services épisodiques malgré de fréquentes réparations à Fort-de-France au Service du Matériel de l'Armée de Terre qui éprouva de grandes difficultés à se procurer du matériel électrique de rechange, les véhicules en cause étant dotés de circuits 6 volts. Des emprunts de véhicules de l'Armée de Terre et à l'Unité Marine Fort-de-France ainsi que la location de véhicules civils permirent d'assurer les transports nécessaires.

1.1.6. Matériel spécifique

1.1.6.1. Géodésie

La MOA disposa d'un nombre suffisant de théodolites Wild T3, T2 et T16 ainsi que de matériels de mesures de distances (2 telluromètres MRA 5, 1 géodimètre Aga 14, 1 distancemètre CD 6) adaptés aux travaux effectués. Dans l'ensemble, ce matériel fonctionna de manière satisfaisante. Seul un des postes MRA 5 en avarie après deux mois de mise en œuvre aux Antilles ne put être réparé faute de notice technique correcte.

Les ensembles Aga 14 et CD 6 se sont révélés d'une remarquable efficacité en géodésie secondaire et en topographie. Il convient de signaler qu'en géodésie principale, surtout effectuée par visées de nuit sur phares à iode de 55 watts, des portées supérieures à 50 km ont été obtenues sans difficulté.

1.1.6.2. Radiolocalisation

Le positionnement des embarcations et du bâtiment était assuré par des moyens de radiolocalisation Trident III et Toran P 10, alimentés en général par groupes électrogènes autonomes à démarrage automatique programmé. Le Trident fonctionna de façon satisfaisante dans l'ensemble. Toutefois, l'on eut à faire face fréquemment à la destruction du fusible de protection des balises lors de la mise en marche et de l'arrêt des interrogateurs. Des études ultérieures montrèrent que cette panne était due à un défaut de câblage de la carte d'alimentation BHF 108. Ce défaut fut alors rapidement corrigé.

Le matériel Toran P 10, moins pratique d'emploi que le Trident, et assez usagé en ce qui concerne

les récepteurs, fut surtout utilisé comme un appoint dans les zones où les recoupements des lieux Trident étaient de mauvaise qualité.

En Mer de Norvège, le *D'Entrecasteaux* utilisa pour se positionner la chaîne Loran C, les données fournies par cette chaîne faisant l'objet d'un filtrage avant traitement.

1.1.6.3. Traitement automatique des données

A bord du *D'Entrecasteaux*, le système Satad fonctionna avec difficultés jusqu'à son débarquement en 1981. Peu commode d'emploi, son usage était surtout réservé au tracé des cartes et aux travaux de grande sonde (GEBCO) ou de gravimétrie. L'acquisition d'une table Benson 1302 commandée par des calculatrices de bureau 9835 ou 9845 permit d'une part, de réaliser en temps légèrement différé la construction des sondages côtiers effectués par le *D'Entrecasteaux* et d'autre part, de traiter en temps différé les données de localisation et de sonde des vedettes. Ce développement du traitement automatique des données qui devait se montrer rapidement d'une remarquable efficacité est présenté de façon détaillée dans l'annexe C.

1.1.6.4. Gravimétrie

Jusqu'en août 1981, la MOA disposa d'un seul gravimètre KSS 5 de Bodenseewerk dont le fonctionnement ne fut pas totalement satisfaisant : des sauts de lecture d'origine inconnue compliquèrent sérieusement l'exploitation des enregistrements et laissèrent planer un doute sur la qualité des mesures. Les méthodes et résultats de l'étalonnage du gravimètre KSS 5 font l'objet de l'annexe A. En août 1981, un gravimètre KSS 30 fut embarqué sur le *D'Entrecasteaux*. Après une courte période de mise au point, cet appareil fut mis en exploitation par conditions de mer difficiles et son fonctionnement fut satisfaisant. La dérive calculée fut d'environ 0,03 mgal/jour et il fut constaté que 10 minutes après la prise d'une route stable, le traitement des mesures était de nouveau précis. Un rapport d'évaluation du KSS 30 est présenté en annexe B. L'on notera que les repères gravimétriques utilisés en 1981-1982 sont décrits dans les rapports de mission de MM. Schrumpt et Comolet-Tirman publiés aux *Annales Hydrographiques* n^{os} 741 et 743 respectivement.

1.1.6.5. Bathysonde Guildline

Au cours des campagnes d'océanographie réalisées en septembre-octobre 1981, le *D'Entrecasteaux* disposa d'une bathysonde Guildline dont le fonctionnement donna toute satisfaction. Cent cinquante stations entre 100 et 3 800 m furent exécutées sans perte de matériel, malgré de mauvaises conditions météorologiques. Il apparaît que l'excel-

lente qualité de l'équipe de manœuvre du treuil et la vitesse de descente de la bathysonde inférieure à 1 m/seconde sont essentielles à la réussite de cette opération.

1.1.6.6. Récepteur Oméga différentiel M6

Un appareil de ce type embarqué sur le *D'Entrecasteaux* rendit les plus grands services. Son fonctionnement fut parfait et les résultats très satisfaisants. Les écarts moyens obtenus par rapport aux données du récepteur de satellites JMR 4 furent de 0,8 M de jour et de 2 M de nuit, pratiquement jusqu'à la limite de portée des stations.

1.1.6.7. Balises acoustiques

Au cours de travaux hydrographiques en Atlantique, le *D'Entrecasteaux* eut à utiliser un champ de 5 balises acoustiques par fond minimal de 3 000 mètres. L'ensemble balises-calculateur-système de commande fonctionna correctement au cours des opérations classiques de calibration et orientation du champ de balises et au cours du levé proprement dit. Des portées maximales de 9 000 mètres furent obtenues sur les balises.

1.1.6.8. Récepteurs de satellites de navigation

Deux récepteurs de satellites de navigation JMR 4 et Navisat permirent d'effectuer, à l'occasion des différents séjours du bâtiment au mouillage, les comparaisons habituelles entre les positions fournies par les satellites et les données des cartes en service. A la mer, les données des récepteurs de satellites servirent de référence pour l'étalonnage des moyens de localisation moins précis (Oméga M6, Loran C) et le calage des champs de balises acoustiques.

Le tableau n° 1 ci-après présente les résultats obtenus au mouillage.

I.2. MÉTHODES

Les méthodes appliquées au cours des levés hydrographiques qui font l'objet du présent rapport furent conformes aux méthodes recommandées par le Service Hydrographique et Océanographique de la Marine précisées, le cas échéant, par des Instructions Techniques.

On rappellera les points suivants :

— En géodésie principale, les angles furent mesurés au théodolite T3, par 16 (exceptionnellement 12) réitérations et visées de nuit sur phare; les distances ont été mesurées au telluromètre MRA 5 en une seule séance comprenant en général six séries de lectures à chaque extrémité.

— En hydrographie, par fonds inférieurs à 50 mètres, le réglage des sondeurs fut ajusté à la vitesse réelle du son, celle-ci étant déduite des mesures de températures d'eau et la validité des réglages était constatée pour les vedettes par des étalonnages à la barre. De 50 à 200 mètres, était adoptée une vitesse moyenne du son déduite de sondages bathythermiques. Au-delà de 200 mètres, on a adopté une vitesse du son de 1 500 mètres par seconde.

— La topographie de la zone côtière a été restituée à la chambre claire à partir de photographies aériennes. En Martinique, le concours de l'hélicoptère Alouette III, équipé du Trident, permit de positionner les points remarquables dans les zones dangereuses ou inaccessibles aux embarcations.

— C'est dans le traitement des données et de la rédaction des levés que les méthodes employées évoluèrent le plus rapidement et de manière décisive, grâce à l'introduction de calculateurs de bureau couplés à une table traçante (§ 1.1.6.3) qui permirent de réaliser le tracé automatique des minutes de construction d'abord, d'écriture ensuite, après une période de mise au point et d'ajustement des programmes.

La description des nouvelles méthodes et le bilan des résultats obtenus font l'objet de l'annexe C.

Tableau 1. – Récepteurs de satellites de navigation Navisat et JMR 4
Résultats obtenus au mouillage

Situation du bâtiment	Date	Nombre de passages	Coordonnées Transit WGS 72 ou Europe 50	Coordonnées en système géodésique local ou Europe 50 ou carte marine	n° fiche EPSHOM	Observations
Fort-de-France quai aux huiles	24-4 au 2-5/81	84	14°36'05,5" N 61°03'47,3" W	14°35'59,29" N 61°03'59,85" W	96	
Pointe-à-Pitre quai Lardenoy	14-1 au 18-1/81	29	16°14'04,2" N 61°32'10,5" W	16°14'12,8" N 61°31'56,3" W	93	
Marigot (St Martin)	12-4 au 14-4/81	18	18°04'46,5" N 63°05'56,1" W	18°05'01,5" N 63°06'03,7" W (C.M. 6090)	95	bâtiment au mouillage
Roseau (Dominique)	20-3 au 25-3/81	6	15°18'41,80" N 61°23'20,3" W	15°18'28,1" N 61°23'52,5" W	94	récepteur JMR 4 à terre
Les Saintes Terre-De-Haut	3-5 au 6-5/81	35	15°52'07,5" N 61°35'17,8" W	15°52'17,4" N 61°35'03,8" W	97	bâtiment au mouillage
Funchal (Madère) jetée principale	18-5 au 21-5/81	20	32°38'37,2" N 16°54'27,0" W	32°38'26,0" N 16°54'28,0" W (C.M. 2463)	98	
Nantes quai de l'Aiguillon	28-8 au 30-8/81	23	47°12'08,5" N 1°34'31,4" W	47°12'12,1" N 1°34'25,7" W (Europe 50)	99	
Lorient Poste 5	31-8 au 2-9/81	18	47°44'58,1" N 3°20'57,9" W	47°45'01,9" N 3°20'52,0" W (Europe 50)	100	
Plymouth	24-9 au 26-9/81	34	50°22'50,3" N 4°11'10,3" W	50°22'89" N 4°11'12" W (Europe 50)	101	
Cork quai Anderson	26-11 au 30-11/81	35	51°53'58,14" N 8°27'44,30" W	51°53'56,4" N 8°27'41,4" W (BA chart 1173)	103	
Tromsø Dampskai	5-4 au 8-4/82	22	69°38'57,4" N 18°57'52,7" E (Europe 50)	69°38'57,1" N 18°57'53,6" E (Europe 50)	111	
Hammerfest quai principal	23-4 au 25-4/82	29	70°39'53,4" N 23°40'58,4" E (Europe 50)	70°39,8' N 23°41,2' E (C.M. 5637)	113	
Aarhus quai d'honneur	10-5 au 14-5/82	40	56°09'13,5" N 10°12'57,9" E (Europe 50)	56°09'13,5" N 10°12'59,0" E (BA chart 2120)	114	

DEUXIÈME PARTIE

TRAVAUX EFFECTUÉS

II.1. ANTIVOLC 81 (6-21 janvier 1981). LEVÉ SISMIQUE EN GUADELOUPE

II.1.1. Généralités

A l'occasion du séjour aux Antilles de la Mission Océanographique de l'Atlantique (MOA), le Service Hydrographique et Océanographique de la Marine (SHOM) a accepté de participer à la campagne ANTIVOLC 81 (Antilles-Volcans 1981) organisée par l'Institut de Physique du Globe (IPG). Une convention signée entre le SHOM et l'IPG a défini les conditions de cette coopération à bénéfice réciproque qui a mis en œuvre les moyens du *D'Entrecasteaux*, bâtiment de la MOA et des moyens de prospection de l'IPG, du Laboratoire Universitaire de Sédimentologie de Perpignan et de l'Institut Universitaire de Naples. Une telle action de coopération répondait au souci d'utiliser les moyens de l'Etat dans le respect des priorités des tâches des services ou organismes concernés.

Le *D'Entrecasteaux* était arrivé à Fort-de-France le 7 décembre 1980. Dès son arrivée, les travaux hydrographiques commencèrent en baie de Fort-de-France et sur la côte Est de la Martinique. Les vedettes hydrographiques se mirent rapidement au travail, soutenues par un hélicoptère Alouette III basé sur l'aérodrome du Lamentin. A la fin du mois de décembre, le *D'Entrecasteaux* pouvait donc participer à l'opération ANTIVOLC 81 qui devait le conduire à séjourner pendant près d'un mois sur les côtes de Guadeloupe. Le matériel nécessaire à la réalisation de cette campagne fut transporté de métropole à Fort-de-France par le bâtiment atelier la *Garonne*, arrivé à Fort-de-France dans les tout premiers jours de janvier. On notera au passage qu'en fait ce matériel avait été utilisé quelques semaines plus tôt en Mer Egée et que son acheminement jusqu'aux Antilles via Brest utilisa les moyens de transport les plus divers. Des difficultés de liaison entre métropole et les Antilles en cette période de vacances de fin d'année laissèrent planer quelques doutes sur la date réelle de début de campagne. Aussi est-ce avec un certain soulagement que l'on vit arriver à Fort-de-France, le 3 janvier, les premiers représentants de l'Institut de Physique du Globe, suivis bientôt des participants italiens. Le matériel fut rapidement transféré de la *Garonne* à bord du *D'Entrecasteaux* et, le 6 janvier au soir, le bâtiment appareilla de Fort-de-France vers les côtes de Guadeloupe.

MM. Steinmetz et Antehnor de l'IPG, Got et Aloisi de l'Université de Perpignan, Mirabile, Mattiello, Ni-

coira et Testa de l'Institut Universitario Navale de Naples, embarqués à bord du *D'Entrecasteaux*, participaient à l'opération. Leur action efficace permettait de mettre rapidement en œuvre le matériel embarqué. Ce dernier, mis en fonctionnement quelques heures à peine après la sortie de la baie de Fort-de-France, devait faire preuve d'une fiabilité remarquable pendant toute la durée de la campagne qui ne fut interrompue par aucune panne sérieuse.

II.1.2. Objectifs de la campagne

ANTIVOLC 81 avait les objectifs suivants :

- reconnaître dans la couverture sédimentaire les diverses phases d'activité volcanique;
- dater la succession des événements et les relier aux formations à terre par l'étude géochimique des niveaux de tephra ⁽¹⁾, des études de même nature avaient déjà été réalisées (1972) au large de la Dominique par des chercheurs des USA;
- immerger plusieurs sismomètres en fond de mer dans la zone de lacune sismique entre Antigua et la Guadeloupe;
- analyser les phénomènes d'altération et de minéralisation en tant qu'indicateurs d'environnement.

II.1.3. Moyens mis en œuvre

Les moyens mis en œuvre étaient ceux qui sont habituellement employés au cours des campagnes de sismique-réflexion.

Le principe de cette technique est d'obtenir des informations sur la nature et la disposition des couches ou horizons du sous-sol à partir de l'enregistrement des réflexions, obtenues sur ces différentes couches, des ondes acoustiques. Parmi les sources habituellement utilisées pour la production de ces ondes, on peut citer le sparkler ou étincelleur, dans lequel une étincelle électrique provoquée par la décharge d'une batterie de condensateurs éclate entre deux électrodes immergées et le boomer constitué de disques appliqués par des ressorts sur une bobine dont ils s'écartent brusquement lorsqu'on fait passer dans cette dernière le courant de dé-

(¹) tephra : ensemble de matières solides et liquides, provenant du magma et des roches de la cheminée volcanique, entraînées par les gaz et éjectées avec eux lors des éruptions volcaniques.

charge d'une batterie de condensateurs. Ces appareils sont remorqués par un bâtiment à quelques mètres sous la surface. Les échos sont reçus sur des séries d'hydrophones ou flûtes.

Au cours de la présente campagne, les sources utilisées ont été :

- le sparker à six électrodes EGG d'une puissance de 6 000 joules

- les boomers du type surfboom (remorqué en surface) d'une puissance de 1 000 joules. Les signaux furent reçus sur des flûtes d'hydrophones de types divers (Chesapeake M16, Teledyne, EGG 263).

Au niveau des récepteurs, on recueille un certain nombre d'informations au milieu des bruits. Il convient donc, pour faciliter l'interprétation des enregistrements, de renforcer au maximum le rapport signal sur bruit. Ce traitement de l'information constitue la partie la plus délicate de la technique de sismique réflexion et met en œuvre les matériels les plus élaborés. Il détermine le choix des caractéristiques des matériels utilisés (puissance, spectre de fréquence, pouvoir de résolution). Il est aussi l'occasion, pour les différentes équipes de spécialistes, de développer des méthodes originales de mise en œuvre des matériels les plus courants.

La qualité des enregistrements obtenus dépend évidemment du niveau du bruit rayonné par le bâtiment dont il convient de rechercher et d'utiliser les allures les plus silencieuses. Lié à des facteurs de construction souvent intangibles, le niveau de bruit rayonné constitue l'une des caractéristiques essentielles des navires de prospection sismique.

L'allure la plus silencieuse adoptée est toujours le résultat d'un compromis entre le régime le plus favorable aux organes de propulsion et la qualité des enregistrements, compte tenu des caractéristiques des matériels remorqués. Après quelques essais soigneusement contrôlés par les enregistreurs, il fut admis que le *D'Entrecasteaux* pouvait remorquer le sparker à 6,5 nœuds sur propulsion principale et le surfboom à 3,5 nœuds sur propulsion auxiliaire, dans des conditions satisfaisantes.

Les conditions météorologiques extrêmement favorables qui régnèrent sur la Guadeloupe et ses abords au cours de la campagne permirent de n'apporter aucune modification aux conditions d'utilisation du bâtiment, adoptées dès les premiers jours. Le positionnement du bâtiment fut assuré pendant la majeure partie de la campagne par l'utilisation de balises de radiolocalisation Trident implantées en Guadeloupe sur des sites reconnus par le personnel de l'IPG stationné à Basse-Terre. Le choix de ces sites posa quelques problèmes. Il convenait en effet de trouver des points de position géodésique connue (points du réseau de l'Institut Géographique National si possible) d'altitude suffisante pour assurer la portée requise et disposant si possible d'une alimentation électrique.

L'action efficace du personnel de l'IPG, le concours de la Gendarmerie Nationale et de l'Admi-

nistration permirent de réaliser très rapidement les implantations nécessaires. Les balises furent finalement mises en place aux points suivants :

- Fort Saint-Charles (Basse-Terre), Vieux Habitants, Morne-à-Louis pour le réseau Ouest,
- Capesterre, Port-Blanc pour le réseau Est.

L'entretien et la surveillance des balises furent confiés à un aspirant électronicien de la Mission Océanographique de l'Atlantique. Leur fonctionnement fut dans l'ensemble satisfaisant et permit d'obtenir le positionnement du bâtiment avec une précision d'une dizaine de mètres sur toute l'étendue de la zone de prospection.

II.1.4. Déroulement de la campagne (planche 1)

La campagne se divisa en trois phases. Après une escale de quelques heures à Basse-Terre, le 7 janvier, pour débarquement du matériel de radiolocalisation, l'ensemble de la zone de prospection à l'Ouest et au Sud-Est de la Guadeloupe fut reconnu au cours d'une première semaine de travail. Du 14 au 16 janvier, lors d'une escale à Pointe-à-Pitre, un spécialiste put établir au vu des premiers résultats, un programme de recherches et détermina les points de carottage. Au cours de cette escale, le *D'Entrecasteaux* effectua les mesures de références gravimétriques nécessaires à l'exploitation des éléments enregistrés au cours de la campagne, à l'aide d'un gravimètre Askania KSS 5.

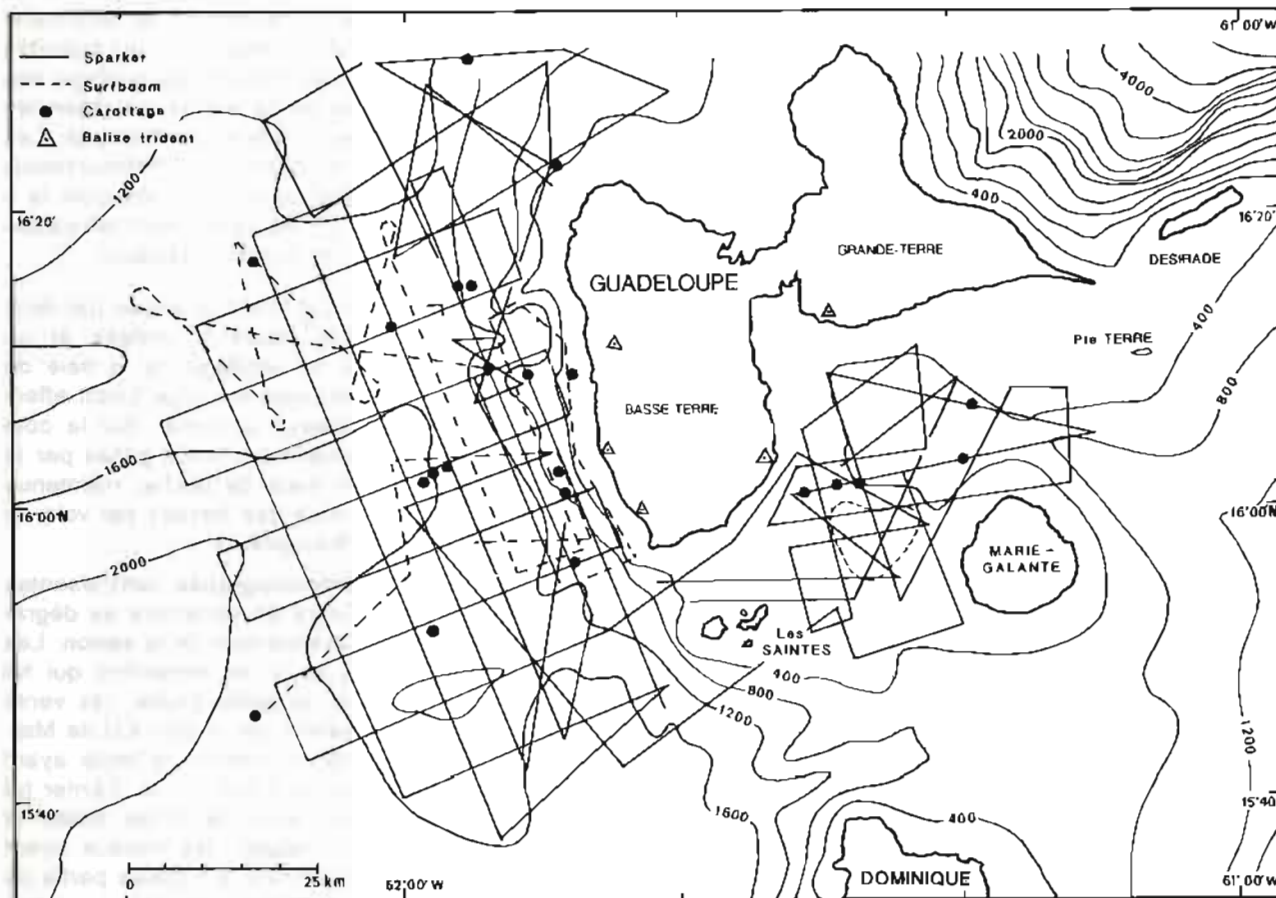
Au cours d'une troisième phase de la campagne, du 16 au 25 janvier, vingt-trois carottages furent effectués sur les côtes de Guadeloupe à l'aide d'un carottier Küllenberg et trois sismomètres de grand fond furent mouillés entre la Guadeloupe et Antigua. Ces appareils ont été récupérés par le patrouilleur *Trident* de la Marine aux Antilles-Guyane en mars 1981. La détermination des points de mouillage des appareils avait été assurée à l'aide de récepteurs Transit (Walker et JMR 4).

II.1.5. Résultats

L'interprétation des enregistrements de sismique permet de formuler rapidement certaines conclusions quant à la structure des abords Sud-Est et Ouest de la Guadeloupe :

- La zone au Sud-Est de la Guadeloupe est à rattacher, du point de vue géologique, à la Grande-Terre. Aucun substratum, ni édifice volcanique, n'a pu être mis en évidence sur les profils dans la limite de pénétration (environ 1 km).

Trois ensembles lithosismiques sont différenciés : une couverture récente plus ou moins parallèle au fond, reposant en discordance sur une série à réflecteur de forte amplitude, généralement faillée : le



PI. 1. ANTIVOLC B1 - Profils suivis

fond de la vallée de Marie-Galante, entre l'île du même nom et la Grande-Terre, est comblé par une série chaotique sans réflecteurs différenciés. Les carottes implantées dans chacune des unités montrent que les deux séries litées sont constituées de niveaux vulcano-sédimentaires assez grossiers et durs, recouverts par une mince pellicule de sable beige organogène. Le fond de la vallée de Marie-Galante est constitué de vase.

Les deux bancs, des Vaisseaux au Nord et de Colombie au Sud, sont des bancs coralligènes installés sur les séries précédentes. Il semble cependant, tout au moins dans le cas du Banc de Colombie, que celui-ci corresponde à une zone de fracturation intense.

Le réseau de failles est important. La direction la plus nette est au 310° et se développe dans le prolongement du pied des édifices volcaniques à l'Est de la Basse-Terre. Il semblerait que la faille la plus importante observée corresponde à terre à la limite entre le volcanisme quaternaire de la Basse-Terre et le volcanisme ancien coiffé de formations calcaires de Grande-Terre. Les travaux de terrain à terre avaient suggéré que cette limite était une faille majeure. Un second réseau de failles recoupe le précédent, selon une direction quasi orthogonale, mais est plus récent.

— Du point de vue morphologique, la zone à l'Ouest de la Guadeloupe est constituée par une succession de rides et de dépressions ou vallées. Du Nord au Sud, on distingue :

- la vallée de Basse-Terre,
- la ride de Pointe Noire,
- la large vallée de Pointe Noire,
- la ride du Vieux-Fort,
- la vallée des Saintes.

La première constatation est qu'aucune de ces morphologies n'est due à l'érosion. Ce sont des morphostructures. Les rides sont généralement des accumulations sédimentaires souvent épaisses – plus de 1 500 mètres pour la ride du Vieux-Fort – subhorizontales dans leur partie sommitale et de forme et structure tabulaires. Leur réponse acoustique transparente, la forte pénétration obtenue et la concordance de la série suggèrent un matériau fin à sédimentation régulière.

Quant aux vallées et dépressions, elles se caractérisent par une réponse acoustique chaotique ou sourde; les carottages quelquefois infructueux, ont recoupé des niveaux volcaniques grossiers. Il s'agit donc de coulées grossières, chaotiques. Ces séries paraissent passer progressivement aux matériaux fins de la ride : le dépôt des deux fonctions serait donc synchrone.

A titre d'hypothèse de travail, on propose que les dépressions, en particulier la vallée de Pointe Noire, pourraient correspondre à des zones d'effondrement qu'emprunteraient les produits grossiers émis par les édifices volcaniques, alors que les dépôts éoliens plus fins occuperaient les axes hauts.

Une seconde donnée importante est l'existence, dans le prolongement de la zone de Bouillante et selon une direction parallèle aux grandes cassures mises en évidence à terre, d'une série d'édifices volcaniques se développant jusqu'à des fonds de 1 500 mètres et à une trentaine de kilomètres des côtes. Leur morphologie et leurs dimensions sont tout à fait comparables à celles du massif de la Soufrière.

Dans la zone au Nord de Basse-Terre, on peut suivre l'envoyage de l'édifice volcanique; les formations volcano-sédimentaires (coulées) sont limitées et d'épaisses séries sédimentaires se développent entre Guadeloupe et Antigua. Un réseau de fractures, orientées Nord-Sud, paraît établir la limite du rivage du Nord de la Basse-Terre.

II.1.6. Conclusion

Au vu de la qualité des enregistrements recueillis, on peut admettre que la campagne a atteint les objectifs fixés. Le *D'Entrecasteaux* qui participait pour la première fois à une campagne de prospection sismique a répondu aux exigences des spécialistes de cette discipline scientifique, qui ont apprécié les conditions de travail offertes par le bâtiment.

Au moins autant que les performances du matériel, il y a lieu de souligner le parfait esprit de collaboration qui exista entre les participants à la campagne. Il convient enfin de signaler l'action efficace des différents services de la Marine Nationale : bâtiment-atelier la *Garonne*, Marine aux Antilles-Guyane en particulier, qui contribuèrent à la réussite de l'opération.

II.2. LEVÉ HYDROGRAPHIQUE EN MARTINIQUE (7 DÉCEMBRE – 28 AVRIL 1981)

Ces travaux étaient prescrits dans le but de réaliser les cartes H et G du plan de cartographie des Antilles ⁽²⁾. Ils débutèrent en baie de Fort-de-France et sur la côte Est de la Martinique dès l'arrivée du *D'Entrecasteaux* à Fort-de-France (7 décembre), ce-

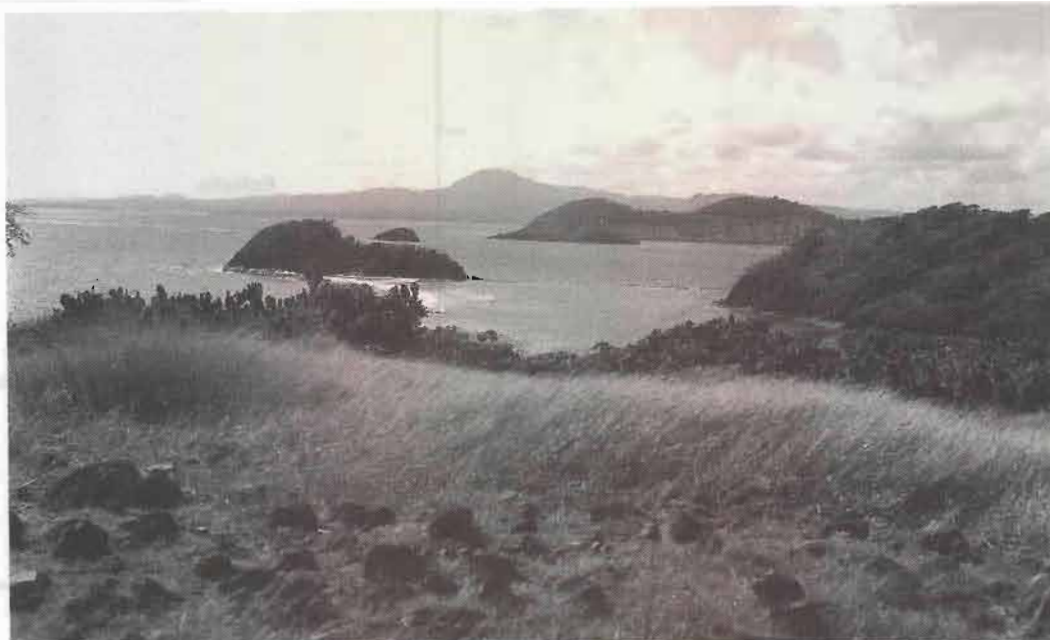
lui-ci ayant été précédé d'une mission de reconnaissance chargée de prendre contact avec les autorités locales, de déterminer les stations de guidage des embarcations de sonde et de mettre en place les marégraphes à Fort-de-France et au François. Les travaux se terminèrent le 28 avril, le *D'Entrecasteaux* appareilla de Fort-de-France pour la métropole le 3 mai. Il arriva à Brest le 27 mai après avoir fait escale à Roseau (Dominique) et Funchal (Madère).

Les levés de la côte Est furent effectués par deux vedettes, tandis que la troisième vedette et un youyou furent affectés au sondage de la baie de Fort-de-France. Les sondages du large furent effectués par le *D'Entrecasteaux* lui-même. Sur la côte Est, les vedettes et le bâtiment furent gênés par la présence de nombreux filets de pêche, maintenus en place, malgré l'annonce des travaux par voie de presse ou d'Avis aux Navigateurs.

Les conditions météorologiques satisfaisantes pendant les premiers jours de décembre se dégradèrent très vite avec l'avancement de la saison. Les alizés s'établirent vers la fin de décembre qui fut également marquée par de fortes pluies. Les vents de SE à NE se stabilisèrent sur la côte Est de Martinique à une vitesse de 15 nœuds, la houle ayant une amplitude habituelle de 1,5 m à 2 m. Février fut particulièrement mauvais avec de fortes pluies et des vents atteignant 30 nœuds ; les travaux furent arrêtés sur la côte Est pendant la majeure partie de ce mois. Mars et avril furent des mois d'alizé normal, avec cependant des précipitations exceptionnellement importantes en avril. Les deux dernières semaines des travaux furent particulièrement difficiles en raison des pluies persistantes. Dans le canal de la Dominique la force de la mer resta la majeure partie du temps comprise entre 3 et 4, les jours de calme étant extrêmement rares. Une houle persistante de 2 m à 3 m de secteur Est (SE à NE) fut rencontrée dans le canal de la Dominique. Sur la côte Ouest de la Martinique, l'abri de l'île permit de bénéficier d'une mer généralement calme. Les travaux furent toutefois fréquemment interrompus par des averses et des grains. Dans l'ensemble, les conditions météorologiques furent peu favorables aux travaux hydrographiques des vedettes. Celles-ci eurent beaucoup de difficultés à progresser sur la côte Est exposée et fort dangereuse.

Les conditions hydrographiques présentent une totale opposition entre les côtes Est et Ouest de la Martinique. La côte Est est bordée d'une ligne de cayes, roches madréporiques affleurantes ou recouvertes de quelques mètres d'eau, qui constituent à 3 M environ de la côte, une sorte de barrière submergée, fréquemment interrompue. La houle brise en permanence sur les plus hautes de ces cayes. La côte très découpée, bordée d'îlots, présente de nombreux culs-de-sac avec des profondeurs de quel-

⁽²⁾ Ces cartes ont été publiées en 1985 sous les numéros 6738 et 7041.



Côte Est de la Martinique : vue de l'Îlet Ramville vers le Sud

ques mètres, mais fréquemment isolés du large par un récif frangeant presque totalement fermé. Dans sa majeure partie cette côte n'offre que peu d'intérêt pour la navigation commerciale; elle est toutefois très pittoresque et peut être un lieu fréquenté par des plaisanciers naviguant prudemment au milieu des îlots et récifs pour gagner les principaux mouillages que constituent notamment les baies du François, du Robert, du Galion et du Trésor.

L'hydrographie d'une telle côte est longue et difficile. La zone des cayes est dangereuse, notamment lorsque, mer de l'arrière, les embarcations sont entraînées sans pouvoir manœuvrer et se retrouvent ainsi sous le vent de la caye. Une bonne visibilité est, par ailleurs, nécessaire pour travailler dans cette zone où les hauts-fonds sont nombreux. L'hydrographie de la zone des culs-de-sac à proximité du récif frangeant ne peut être faite que par des embarcations de faible tirant d'eau. En fait, par endroits, il s'agit plus de topographie que d'hydrographie proprement dite. Les profils de sonde sont souvent remplacés par le suivi à vue du récif et la mesure à intervalles réguliers des profondeurs sur ce récif. La photographie aérienne à grande échelle constitue un document de travail indispensable à l'exécution rapide des levés dans cette zone. La zone intermédiaire est en fait la seule où les bâtiments d'une certaine importance peuvent naviguer et mouiller; les passes principales y sont balisées ou facilement repérables. Cette zone est par contre très exposée au vent et à la houle de secteur Est, la ligne de cayes ne lui offrant pas un abri suffisant.

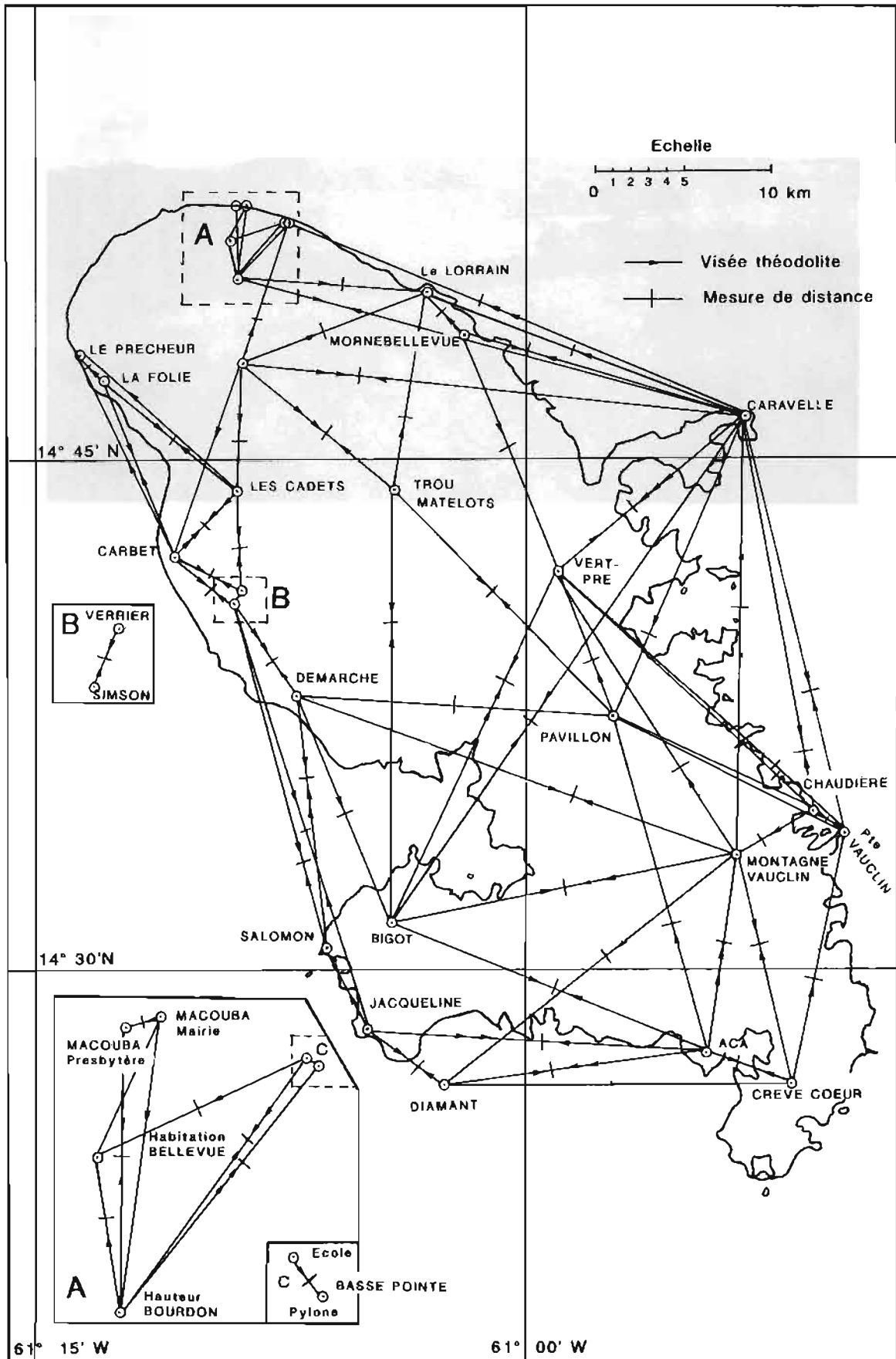
La côte Ouest de la Martinique, est bordée de reliefs élevés qui l'abritent de l'alizé. Les embarcations peuvent s'en approcher sans danger, mais

perdent rapidement le fond, de gradient important. La baie de Fort-de-France, saine et facilement accessible offre à tous les navires d'excellents mouillages mais le clapot peut y être violent lorsque l'alizé fraîchit.

II.2.1. Géodésie (planche 2)

II.2.1.1. Généralités

Les travaux de géodésie furent conduits de façon à étendre vers le Nord et le Nord-Ouest le réseau du 2^o ordre défini par la MOA au cours des missions précédentes et à compléter ce réseau en vue des travaux d'hydrographie et de topographie. C'est ainsi qu'il fut nécessaire de rattacher l'île de la Dominique au réseau Martinique. Les points déterminés furent marqués par des bornes ou des repères durables. Les points principaux (2^o, 3^o ordres) furent graphiqués au 1/10. Les travaux et calculs de triangulation ainsi que la rédaction ont été exécutés dans le système géodésique MOA 78 (dérivé du système IGN) et le système de projection UTM. Une compensation d'ensemble du réseau géodésique de Martinique a été calculée en 1984 par le SHOM. Elle est décrite dans l'article de G. Bessero publié sous le titre «Géodésie de la Martinique» dans les *Annales Hydrographiques* de 1985 (n^o 760). Les coordonnées figurant dans le tableau 2 ci-après appartiennent au système SHOM 1984. Elles diffèrent en moyenne des coordonnées MOA 78 utilisées au cours du levé de 0,2 m en X et en Y. Les coordonnées des points



Pl. 2. Martinique - Réseau géodésique principal

Tableau 2. – Coordonnées des points utilisés⁽³⁾ au cours des travaux en Martinique (décembre 1980-avril 1981)
 Coordonnées UTM – Ellipsoïde international 1924 – Fuseau 20
 Points du réseau SHOM 1984 (après compensation. Voir *Annales Hydrographiques* n° 760 de 1985)

Désignation du point et repères	X	Y	Ordre	Altitude m	Class. Amer	Obs.
1 – Points principaux						
Diamant. Borne IGN	710 977,68	1 597 470,74	2	176	0	
Diamant. Signal	710 996,71	1 597 470,42			0	
Crève-cœur. Borne MOA	730 795,69	1 598 424,91	2	201	0	
Crève-cœur. Signal	730 791,85	1 598 425,18		202	0	
Aca. Borne SH 77, tût de 200 l	725 888,09	1 599 383,45	2	266	0	
Aca. Transformateur, croix gravée	725 872,02	1 599 389,15		269	0	
Aca. Signal 76	725 875,79	1 599 379,13			0	
Morne Jacqueline. Borne MOA 78	706 867,20	1 600 552,29	2	224	0	
Morne Jacqueline. Signal	706 868,09	1 600 553,47			0	
Cap Salomon. Borne MOA 78	704 612,67	1 604 679,18	2	150	0	
Cap Salomon. Signal	704 614,41	1 604 683,36		154	0	
Morne Bigot S1. Borne MOA 78	708 139,96	1 606 502,94	2	382	0	
Morne Bigot S3. Signal	708 142,64	1 606 499,14		383	0	
Morne Bigot S2. Borne MOA 80	708 136,41	1 606 498,45		382	0	
Morne Bigot. Signal 78	708 136,83	1 606 504,82			0	
Montagne Vauclin. Borne IGN	727 477,43	1 610 307,92	2	505	0	
Ponte Vauclin. Borne MOA 78	733 894,10	1 611 512,14	2	6	0	
Pointe Vauclin. Signal 1978-79	733 890,95	1 611 512,09			0	
Chaudière. Borne MOA 1978	732 032,39	1 612 642,57	2	31	0	
Chaudière. Signal	732 026,81	1 612 637,12			0	
Morne Pavillon S1. Borne MOA 79	720 495,50	1 617 864,41	2	368	0	
Morne Pavillon S3. Borne MOA 79	720 496,15	1 617 865,03		368	0	
Morne Pavillon. Signal	720 495,88	1 617 860,93		371	0	
Morne Pavillon. Croix gravée 78	720 494,19	1 617 860,62		368	0	
Démarche S1. Borne IGN	702 653,33	1 618 824,38	2	262	0	
Démarche S3. Signal	702 652,03	1 618 811,32		262	0	
Démarche S2. Piquet en fer	702 656,71	1 618 825,43		262	0	
Démarche. Signal	702 652,96	1 618 826,55			0	
Simson. Borne MOA 79	699 173,89	1 623 564,64	3	425	0	
Simson. Signal	699 172,44	1 623 562,48		428	0	
Verrier. Borne	699 438,45	1 624 501,83	3	487	0	
Morne Vert Pré. Borne IGN	717 194,37	1 625 657,76	2	337	0	
Morne Vert Pré. Borne MOA 78	717 186,70	1 625 675,86		360	0	
Morne Vert Pré. Signal	717 185,51	1 625 676,81		366	0	
Carbet Sanatorium. Réservoir	695 813,66	1 626 193,38	3	117	0	
Morne Les Cadets. Croix gravée MOA 81	699 144,32	1 629 644,98	3	532	3	
Morne Les Cadets. Cheminée 1	699 144,07	1 629 646,67			0	
Morne Les Cadets. Cheminée 2	699 154,19	1 629 644,96			0	
Trou Matelots. Borne	707 998,96	1 629 854,56	2	627	0	
Caravelle S2. Borne MOA 78	727 587,86	1 634 081,69	2	155	0	
Caravelle. Axe phare	727 609,19	1 634 052,21		161	3	
Caravelle S1. Croix peinte	727 617,85	1 634 049,60		146	0	
Morne La Folie. Croix MOA	699 844,15	1 635 581,57	3	104	0	
Morne Calebasse. Croix gravée sur transformateur	699 463,60	1 636 782,42	2	756	0	MOA 1981
Morne Calebasse. Station excentrée 1981	699 459,96	1 636 781,38		756	0	
Le Prêcheur. Croix MOA 1981	690 551,12	1 635 994,64	3	20	0	
Le Prêcheur. Phare : axe et sommet	650 552,25	1 636 994,93	4	23	3	
Morne Bellevue (Nord). Borne MOA 1981	711 781,41	1 638 335,72	2	169	0	
Le Lorrain. Pylône : sommet	709 623,77	1 640 553,86	2	71	2	
Hauteur Bourdon. Croix gravée MOA 81	699 112,70	1 641 293,07	2	438	0	
Hauteur Bourdon. Antenne	699 111,94	1 641 290,98			0	
Habitation Bellevue. Station	698 753,15	1 643 459,89	4	270	0	MOA 1982 (3)
Habitation Bellevue. Pylône : axe et sommet	698 754,14	1 643 458,53		273	2	MOA 1982 (3)
Basse Pointe. Pylône : sommet	701 943,28	1 644 430,78	2	71	2	
Basse Pointe. Ecole : croix gravée MOA 81	701 954,29	1 644 538,74	3	51	0	
Macouba. Mairie annexe	699 496,93	1 645 364,99	4	62	0	MOA 1983 (3)
Macouba. Presbytère	699 041,35	1 645 297,89	3	75	0	
Fond St Jean. Croix gravée MOA 1981	663 974,15	1 685 960,86	2	59	0	Côte Sud Dominique

Désignation du point et repères	X	Y	Ordre	Altitude m	Class. Amer	Obs.
2 – Points secondaires						
Morne Pavillon station 2. Borne MOA 80	720 427,91	1 617 905,93	3			
Morne Manceau. Borne MOA 81	720 537,07	1 624 954,79	4	160		
Côte Est Martinique						
Pointe Marcussy (réservoir). Croix gravée MOA 81	720 542,0	1 630 258,6	5	91		
Antenne TV Tartane. Sommet	724 376,7	1 632 116,7	5	226	2	
Quartier La Duchène (maison). Borne MOA 81	720 635,95	1 620 619,73	3	312		
Clocher du Robert. Axe croix	721 559,5	1 623 458,7	5	50	3	
Pointe Jean Claude. Croix gravée MOA 81	723 104,0	1 628 402,05	6			Rocher cote 7 m
Pointe Banane. Croix gravée MOA 81	723 822,5	1 627 839,8	6			Rocher cote 3 m
Borne MOA 81	724 240,9	1 627 769,7	5	29		
Pointe à Chaux. Borne MOA 81	724 822,8	1 629 873,5	6	9		
Pointe de la Rose (réservoir). Croix gravée MOA 80	725 002,28	1 621 423,55	3	86		
Mairie du François. Coupole : axe et sommets	725 518,9	1 616 653,6	5	22	1	
Pointe Sans Nom. Borne MOA 80	727 597,5	1 621 646,5	5	23		
Cul-de-sac des Roseaux. Borne MOA 80	725 978,1	1 619 885,6	5	2		Station cote 40
Cote 71. Borne MOA 80	726 034,91	1 618 479,25	4	71		
Pointe Brunel. Borne MOA 81	726 153,0	1 629 758,0	6	8		
Pointe Fort. Borne MOA 80	726 227,5	1 617 584,1	5	4		
Restaurant Le Mont St Michel. Douille scellée	726 239,8	1 617 260,8	5	13		Le François Bourg
Pointe Degras. Phare : axe et sommets Pointe Thalemart.	726 734,4	1 618 942,5	5	28	3	
Station 1 Borne MOA 80	724 004,2	1 619 529,6	5	8		
Station 2 Borne MOA 80	727 011,4	1 619 538,0	5	10		
Station 3 Borne MOA 80	726 521,9	1 619 480,6	5	1		
Station 4 Borne MOA 80	726 879,9	1 619 749,0	5	3		
Pointe Gros Rocher. Borne MOA 80	726 816,8	1 620 526,4	5	8		
Ilet Ramville. Station 1 Borne MOA 80	727 779,07	1 625 234,80	4	35		
Station 2 Borne MOA 81	726 831,20	1 625 059,10	4	40		
Pointe Camphre. Borne MOA 79	728.108,67	1 616 842,63	4	53		
Pointe Caracoli. Borne MOA 78	728 421,94	1 632 687,79	3	90		
Morne Bois Soldat. Croix gravée	727 023,88	1 614 315,70	3	203		
Gros Ilet. Borne MOA 80	727 041,6	1 618 612,2	5	19		Baie du François
Pointe Bateau. Croix gravée	727 079,6	1 617 366,0	5	31		
Ilet Lapins. Borne MOA 80	727 546,17	1 618 598,56	4	3		
Pointe René. Borne MOA 80	727 619,3	1 617 154,6	5	5		
Ilet des Chardons. Borne MOA 80	727 874,11	1 623 191,33	4	12		
Ilet Anonyme. Station 1 Croix gravée MOA 80	729 631,11	1 617 071,85	4	1		
Station 2 Borne MOA 81	730 060,1	1 617 094,6	5			
Ilet Frégate. Borne gravée MOA 80	729 688,3	1 615 760,5	5	5		
Morne Flipp. Piquet en fer	730 194,63	1 612 645,19	3	96		
Pointe Cerisier. Croix gravée MOA 80	730 923,23	1 614 013,11	4	53		
Ilet Thierry. Croix gravée MOA 80	731 443,76	1 618 028,54	4	34		
Pointe Jacob. Borne MOA 80	731 630,2	1 613 108,6	5			
Pointe chaudière. Borne MOA 80	732 027,08	1 612 648,55	4	31		
Côte Ouest Martinique et région Fort-de-France						
Feux alignement entrée à Fort- de-France						Alignement au 104°
Feu antérieur. Axe et sommet	708 350,0	1 615 252,9	5	38	1	
Feu postérieur. Axe et sommet	708 359,1	1 615 406,4	5	47	1	
Feux du port de Fort-de-France						
Feu 1. Axe et sommet	708 438,6	1 614 826,6	5		1	
Feu 2. Axe et sommet	708 387,4	1 614 876,5	5		1	
Feu 3. Axe et sommet	708 220,5	1 614 962,5	5		1	
Feu 4. Axe et sommet	708 180,2	1 614 982,3	5		1	

Désignation du point et repères	X	Y	Ordre	Altitude m	Class. Amer	Obs.
Feu 5. Axe et sommet	708 092,3	1 614 974,9	5		1	
Pointe des Nègres (phare). Centre de la boule	705 342,19	1 614 739,15	4	41	3	
Pointe des Nègres. S1 Borne MOA 80	705 209,02	1 614 632,81	4	9	0	
La Redoute (clocher). Axe. Base de la croix	709 172,19	1 618 372,69	4	262	2	
Ste Thérèse (clocher). Centre de la croix	708 664,2	1 615 672,7	5	67	2	
Lamentin (château d'eau). Axe et sommet	715 269,1	1 616 413,7	5	56	2	
Ilet La Perle. Croix (marque)	690 296,28	1 641 417,84	4	25		
Morne La Folie. Pylône-Sommet	691 846,76	1 635 585,41	3	135	2	
Hauteur St Pierre. Borne MOA 81	696 512,27	1 630 597,44	3	195		
Morne Rose. Antenne	701 591,1	1 622 891,9	5	636	1	
Pointe de la Vierge. Borne MOA 80	705 978,24	1 614 806,93	4	19	0	
Balata (clocher). Centre croix	706 492,4	1 620 236,6	5	312	2	
Ilet à Ramiers. S2 Borne MOA 80	706 613,41	1 608 628,20	3	41	0	
Fort-de-France (cathédrale). Centre croix	707 547,0	1 615 255,8	5	57	2	
Fort St Louis. S2 Borne MOA 80	707 883,66	1 614 583,15	4		0	
Fort St Louis (feu). Axe et sommet	707 885,2	1 614 636,6	5	28	3	
Fort St Louis. S1 Croix gravée	707 938,18	1 614 505,14	4	12	0	
Fort St Louis. S3 Borne MOA 80	708 002,17	1 614 560,68	4		0	
Fort Desaix (château d'eau). Axe et sommet	708 344,1	1 617 206,2	5	176		
Pointe des Carrières. S1 Borne MOA 80	708 714,3	1 614 194,4	5	1	0	
Pointe des Carrières. S2 Borne MOA 80	709 092,9	1 614 271,1	5	1	0	
Silo cimenterie Fort-de-France. Axe	708 813,0	1 614 322,4	5		2	
Pointe du Bout. S1 Borne MOA 80	709 477,25	1 610 605,73	3	11	0	
Ponte du Bout. Feu vert marina : axe et sommet	709 590,4	1 610 202,3	5	3	1	
Pointe du Bout. Feu rouge marina : axe et sommet	709 631,0	1 610 222,5	5	3	1	
Pointe des Sables. S1 Borne MOA 80	701 079,61	1 614 249,69	4	14	0	
Pointe des Sables. S2 Borne MOA 80	711 073,66	1 614 376,54	4		0	
Gondeau (château d'eau). Axe et sommet	711 630,2	1 618 871,7	5		2	
Morne Rouge. S1 Borne MOA 80	712 557,96	1 613 163,78	4	18	0	
Morne Rouge. S2 Borne MOA 80	712 456,7	1 613 187,6	5	7	0	
Gros Ilet (Baie de Fort-de-France). S1 Borne MOA 80	712 913,1	1 609 263,1	5	2	0	
Gros Ilet (Baie de Fort-de-France). S2 Borne MOA 80	712 834,6	1 609 114,7	5	17	0	
Gros Ilet (Baie de Fort-de-France). S3 Borne MOA 80	712 960,6	1 609 023,3	5	20	0	
Gros Ilet (Baie de Fort-de-France). Axe antenne Télécom.	713 930,5	1 606 585,2	5		2	
Lamentin (clocher). Centre croix	714 800,6	1 616 606,98	4	51	2	
Morne Bigot. Antenne sommet	707 911,1	1 605 738,7	6		3	

(³) Point complémentaire déterminé ultérieurement et inclus dans le calcul de compensation du réseau (1984).

géodésiques et amers apparaissent dans le tableau 2, celles des antennes de radiolocalisation utilisées font l'objet du tableau 3.

II.2.1.2. Rattachement géodésique de la Dominique et de la Martinique (planche 3)

Ces travaux concernent d'une part l'exploitation des informations recueillies à l'aide du récepteur de positionnement par satellites JMR 4 à Fort-de-France et à Roseau (Dominique), d'autre part, les mesures angulaires et de distances effectuées sur le terrain aux stations de Hauteur Bourdon et Morne Bellevue (Martinique), Fond Saint Jean (Dominique).

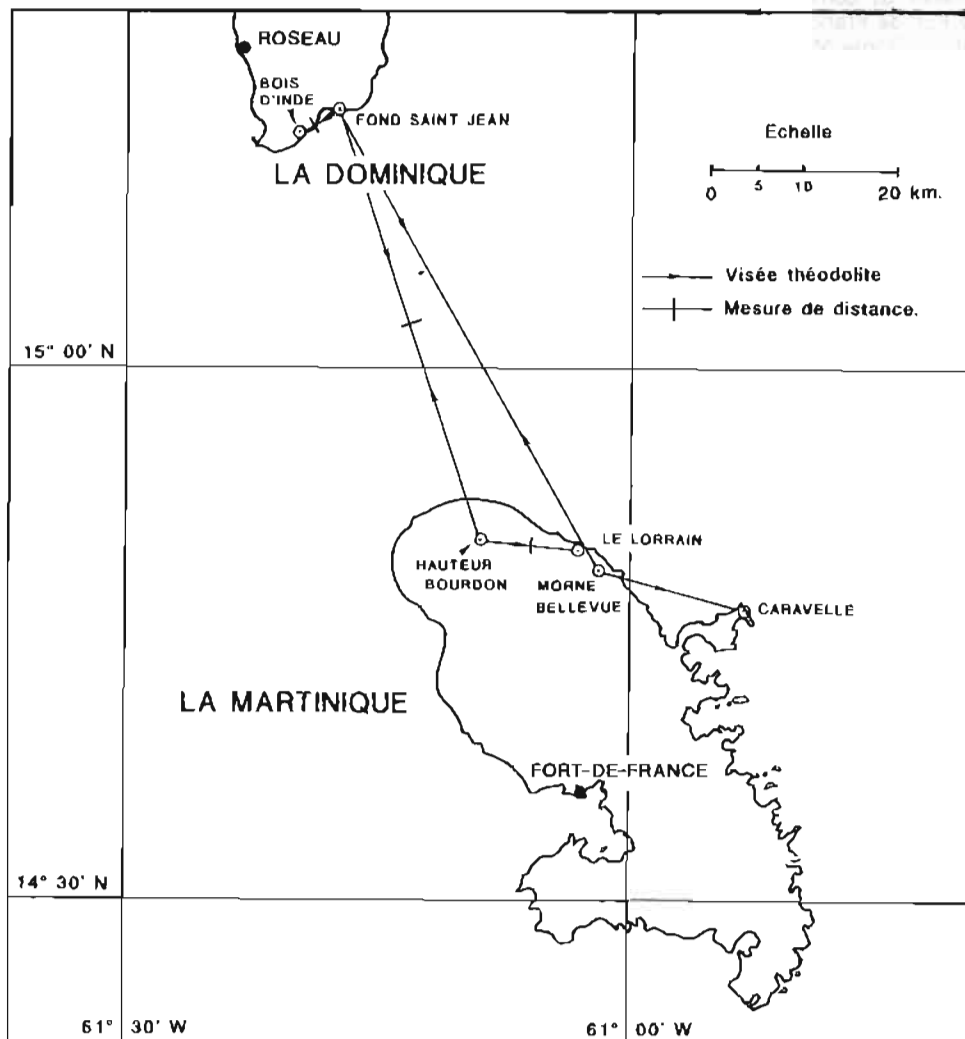
Les systèmes géodésiques suivants ont été utilisés :

- Système WGS 72 dans lequel sont calculées les positions fournies par le récepteur JMR 4
- Système local Martinique MOA 78
- Système local Dominique défini par le Directorate of Overseas Surveys en 1959.

Le point «Fond Saint Jean- MOA 81» a été déterminé sur la côte Sud de la Dominique et rattaché au réseau Martinique. Le point «Bois d'Inde- S 28» du réseau Dominique a été rattaché au point «Fond Saint Jean- MOA 81» par relèvement direct et mesure de distance.

**Tableau 3. – Coordonnées des antennes utilisées au cours des travaux en Martinique
(décembre 1980 – avril 1981)
Coordonnées UTM – Ellipsoïde International – Fuseau 20**

Désignation	X	Y	Observations
1 – Antennes Toran			
Pointe de la Caravelle	727 032,82	1 634 200,63	Ile de la Dominique
Bellevue	711 792,40	1 638 331,04	
Basse Pointe	701 948,34	1 644 536,03	
Pointe Caracoli	728 414,10	1 632 695,10	
Fond St Jean	683 724,87	1 685 878,28	
Pointe Vauclin	793 896,05	1 611 516,70	
2 Antennes Trident			
Pointe de la Caravelle	727 581,74	1 634 088,37	Ile de la Dominique
Hauteur Bourdon	699 111,98	1 641 291,37	
Pointe Caracoli	728 482,32	1 632 647,56	
Fond St Jean	683 973,46	1 685 959,60	
Bellevue	711 766,33	1 638 341,09	
Bois Soldat	727 020,8	1 614 319,2	
Pointe Vauclin	733 842,85	1 611 528,31	
Pointe des Nègres	705 209,20	1 614 634,63	
Pointe Pothuau	695 907,58	1 624 645,48	
Ilet à Ramiers	706 560,53	1 608 635,42	



Pl. 3. Martinique – Rattachement géodésique de la Dominique et de la Martinique

Les coordonnées déterminées dans les différents systèmes (avant compensation) sont présentées dans le tableau ci-après.

Désignation du point	Système Dominique	Système Martinique	Système WGS 72	Écarts
Bois d'Inde S 28	L = 15° 13' 41,80" N G = 61° 19' 39,09" W X = 472 214,5 Y = 1 683 368,7	L = 15° 13' 49,18" N G = 61° 19' 19,72" W X = 680 217,19 Y = 1 684 514,72		dL = - 7,38" dG = - 19,37"
Fort-de-France (quai aux huiles)		L = 14° 35' 59,29" N G = 61° 03' 59,85" W	L = 14° 36' 05,50" N G = 61° 03' 47,30" W	ΔL = - 6,21" ΔG = - 12,55"
Roseau (port)	L = 15° 18' 26,06" N G = 61° 23' 52,50" W		L = 15° 18' 41,80" N G = 61° 23' 20,35" W	ΔL = - 13,74" ΔG = - 32,15"
				dL = - 7,53" dG = - 19,60"

Ces résultats montrent que l'écart entre les coordonnées géographiques des systèmes Martinique et Dominique présente pratiquement la même valeur à Bois d'Inde d'une part, à Roseau et Fort-de-France d'autre part (en utilisant le WGS 72 comme référence intermédiaire pour ces deux derniers points). La variation de l'écart, d'environ 6 mètres, est du même ordre de grandeur que l'imprécision de la cible JMR 4 à Roseau. On peut en conclure qu'il n'existe pas de différence d'orientation appréciable entre les deux îles de la Martinique et de Dominique.

Le décalage géographique entre les deux systèmes dans la zone est tel que

L Dominique-L Martinique = - 7,4"

G Dominique-G Martinique = - 19,4" à 0,2" près

Remarques

1. La borne «Fond Saint Jean-MOA 81» a été implantée à proximité immédiate (d = 7 m) de l'emplacement présumé (approximation de l'ordre du mètre) de la borne disparue S 128 «Fond Saint Jean» du réseau géodésique de la Dominique, dont les coordonnées MTU et géographiques dans le système Dominique étaient :

X = 475 979,05 L = 15° 14' 28,07" N

Y = 1 684 802,33 G = 61° 17' 32,74" W

2. Les caractéristiques de la projection utilisée par le Directorate of Overseas Surveys en Dominique sont les suivantes :

Projection MTU

Unité : le mètre

Méridien d'origine : 62° W

Latitude d'origine : Équateur

Facteur d'échelle à l'origine : 0,9995

Constante X = 400 000

Le système géodésique de référence est défini sur l'ellipsoïde Clarke 1880 modifié.

3. Les coordonnées MTU de la station de Roseau ont été obtenues par rattachement aux stations du réseau local Dominique :

Station M₁ : X = 464 379,74 - Y = 1 693 003,52

Cathédrale (V₀) : X = 464 979,80 - Y = 1 690 596,70

Roseau

II.2.2. Bathymétrie (planches 4, 5 et 6)

Les échelles adoptées pour les levés furent les suivantes :

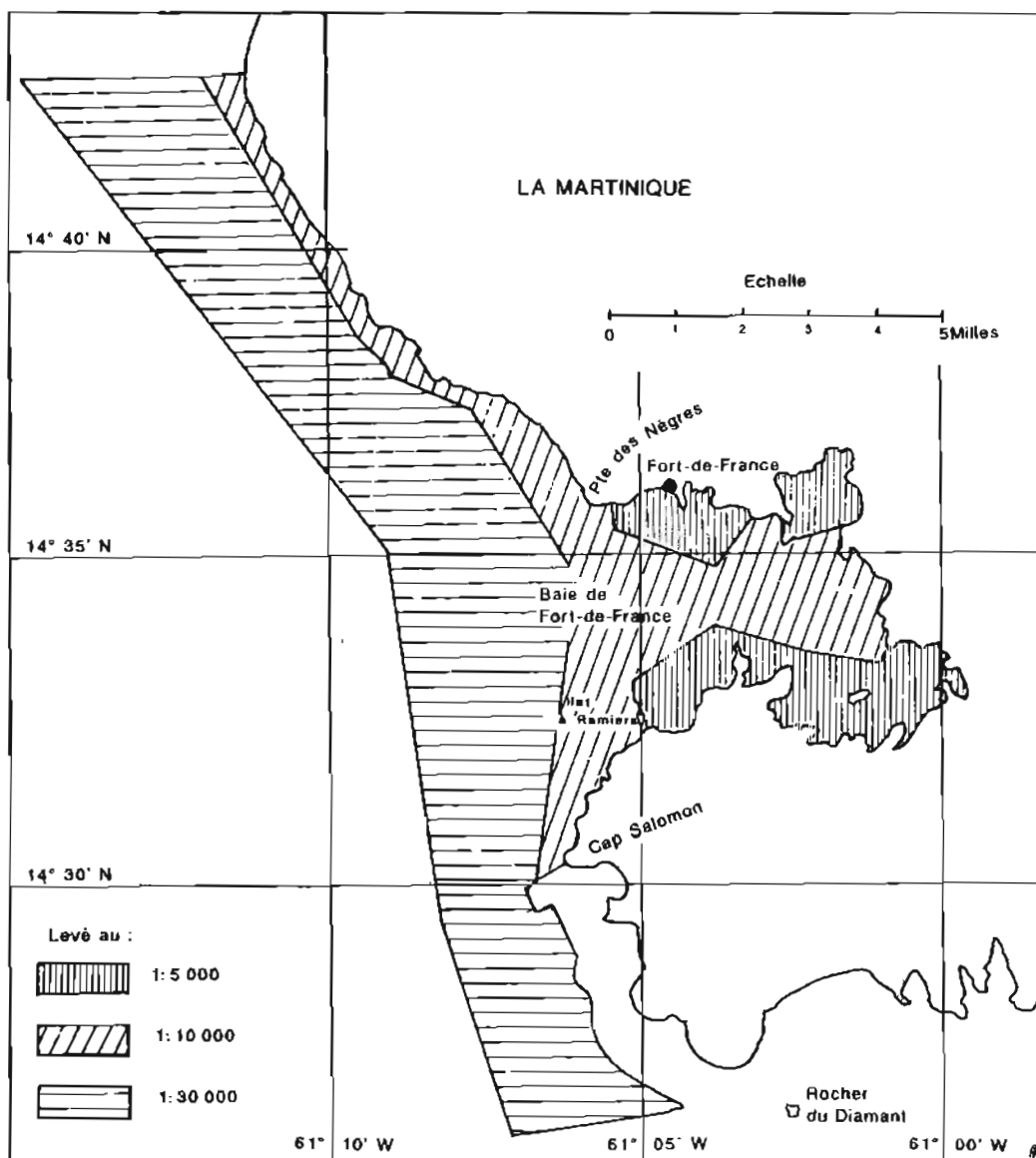
— Côte Ouest – Approches de la baie de Fort-de-France (zone du large) : 1:30 000. Cette zone fut sondée par le *D'Entrecasteaux* au sondeur à faisceau étroit et à projecteur stabilisé, sur profils faiblement inclinés sur la direction générale des isobathes. Cette configuration du réseau de profils était la seule permise par le relief côtier très accidenté. Un radioguidage précis et d'excellentes conditions de mer permirent de réaliser un levé de qualité satisfaisante, malgré l'orientation défavorable des profils.

— Côte Ouest – Approches de la baie de Fort-de-France (zone côtière) : 1:10 000

— Baie de Fort-de-France : 1:10 000 dans la partie centrale de la baie; 1:5 000 dans la zone des mouillages.

— Port de Fort-de-France : 1:2 500 – Le chenal principal d'accès au port de Fort-de-France fit l'objet d'un levé au sonar latéral.

Sur la côte Est, l'échelle adoptée fut le 1:10 000 pour l'ensemble de la zone à l'exception des baies du Robert et du François, des passes du Loup Ga-



Pl. 4. Côte Ouest de la Martinique – Zones sondées en 1980-1981

rou, de Caye Mitan et de Caracoli qui furent sondées au 1:5 000.

Dans le canal de la Dominique, les fonds supérieurs à 1 000 m furent sondés au 1:200 000 (réduction 1:100 000); les fonds inférieurs à 1 000 m au 1:30 000 tandis que le banc situé à 12 M au NNE de la Pointe de la Caravelle était sondé au 1:15 000.

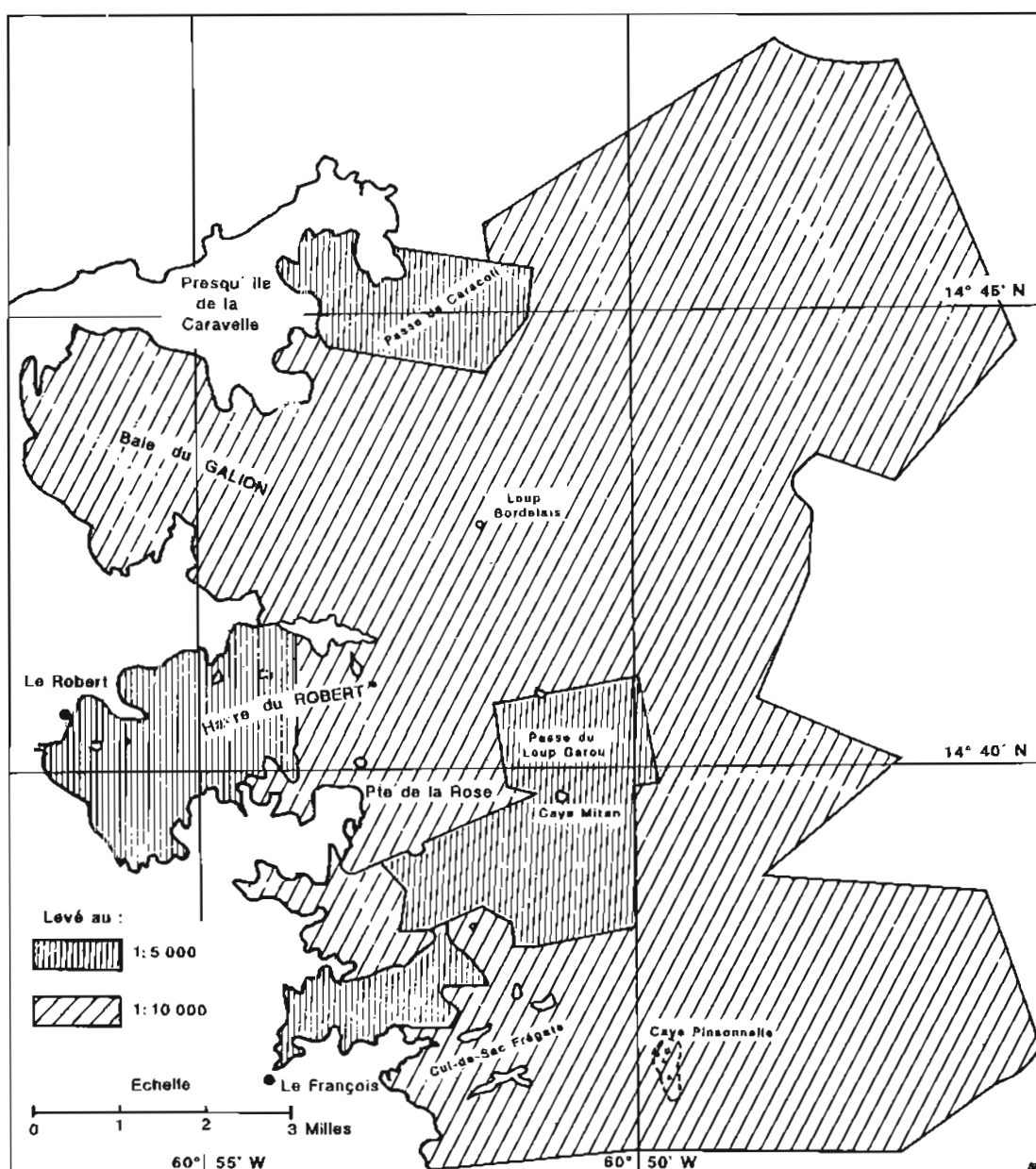
Les résultats des travaux confirmèrent l'adaptation satisfaisante des cartes en service aux besoins de la navigation. Sur la côte Est de la Martinique, ils permirent de définir avec précision les limites d'une barrière corallienne submergée prolongeant la ligne de cayes vers le Nord jusqu'à la pointe Caracoli et dont le tracé était à peine esquissé sur les cartes en service. Des levés complémentaires aux levés antérieurs effectués dans la passe du Brigot (L = 14° 33' N G = 60° 48,5' W) montrèrent que cette passe n'était accessible qu'aux petites embarcations.

II.2.3. Topographie

La topographie du trait de côte et de la zone côtière fut déterminée par restitution à la chambre claire de photographies aériennes au 1:8 000 fournies par la Direction Départementale de l'Équipement de la Martinique et au 1:20 000 fournies par l'Institut Géographique National. La topographie de certaines parties de la baie de Fort-de-France (port de Fort-de-France, baie de Genipa) fut établie par des procédés classiques, les photographies aériennes étant insuffisantes.

II.2.4. Marée – Réduction des sondes

Pendant toute la durée des travaux, la marée a été observée aux points suivants :



Pl. 5. Côte Est de la Martinique – Zones sondées en 1980-1981

— Côte Ouest de la Martinique : Fort-de-France, au quai des Avisos du 21 décembre 1980 au 27 avril 1981; le marégraphe fut transféré au quai aux huiles à partir du 2 mai 1981

— Côte Est de la Martinique : Le François, au ponton de l'auberge du Club Nautique, du 21 décembre 1980 au 27 avril 1981

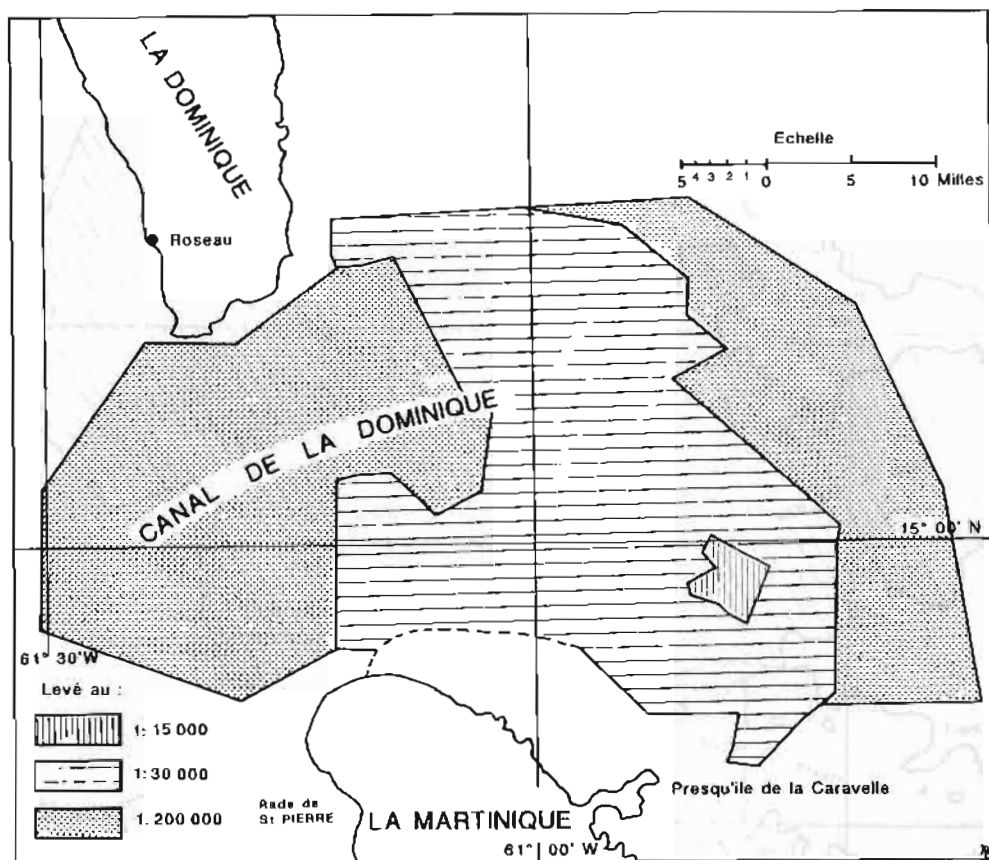
— Côte Est de la Martinique : Le Robert, au ponton de l'ISTPM, ce marégraphe était en service permanent depuis le 7 mars 1980

Pour l'ensemble des levés, seules les sondes inférieures à 50 mètres ont été réduites de la marée.

Sur la côte Nord et dans la baie de Fort-de-France, le zéro de réduction des sondes adopté fut

celui de Fort-de-France. Ce zéro est situé à 4,213 m au-dessous du repère SH B scellé dans le mur d'enceinte du Fort Saint-Louis et à 0,560 m au-dessous du zéro du nivellement général de la Martinique. Il coïncide avec le zéro hydrographique adopté pour Fort-de-France.

Sur la côte Est, les sondes au nord de la Pointe de la Rose ont été réduites de la marée observée au Robert; les sondes au sud de la Pointe de la Rose ont été réduites de la marée observée au François. Les sondes obtenues sur les bancs du canal de la Dominique ont été réduites de la marée observée au Robert.



Pl. 6. Canal de la Dominique – Zones sondées en 1981

Le zéro de réduction des sondes fut choisi au Robert en concordance avec le zéro de Fort-de-France et le zéro du François en concordance avec celui du Robert. Les zéros adoptés sont situés, au Robert à 2,143 m au-dessous du repère B (repère SH scellé dans le mur du lavoir) soit à 0,86 m au-dessous du zéro du nivellement général de la Martinique : au François, à 5,111 m au-dessous du repère A (repère SH scellé dans le mur de l'auberge du club nautique) soit à 0,807 m au-dessous du zéro du nivellement général de la Martinique.

En fait, la différence des types de marée entre Fort-de-France (marée mixte) et la côte Est de la Martinique (marée semi-diurne à inégalités diurnes) rendait imprécises les concordances effectuées. Les observations de marée au Robert en 1981 et 1982 montrèrent que les zéros de réduction des sondes adoptés en différents points de la côte Est de Martinique (Le Robert, Le François, Le Vauclin, Cap Chevalier) devaient être relevés de 0,40 m (réf. lettre 605 EPSHOM/E/OC/NP du 10.12.82). Les sondes

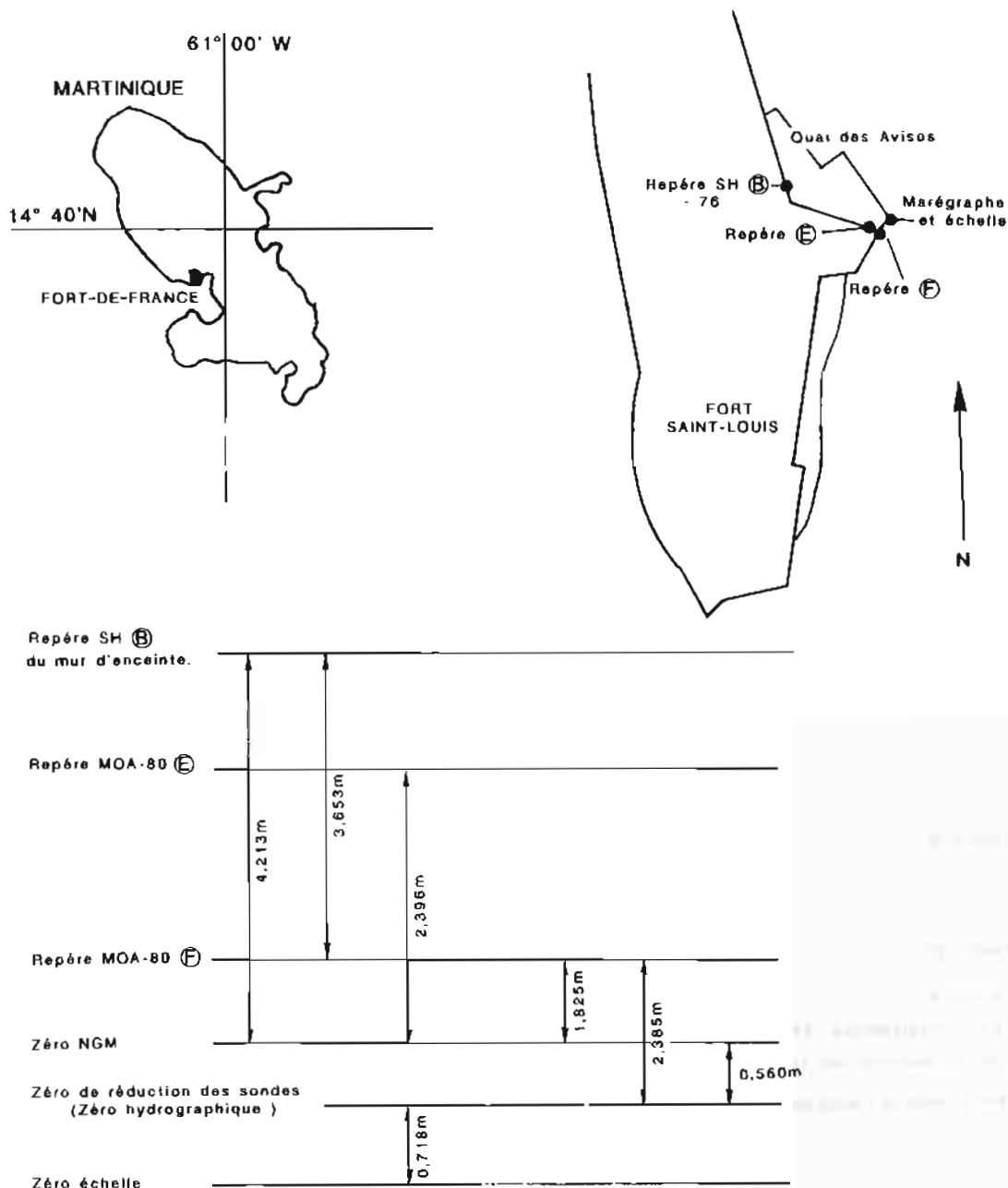
des minutes concernées furent donc augmentées de 0,40 m avant leur exploitation cartographique. Une note d'avertissement fut portée dans le titre des minutes. Le nouveau zéro hydrographique du François se trouve donc situé à 0,407 m au-dessous du zéro du nivellement général de la Martinique, le nouveau zéro hydrographique au Robert est situé à 0,46 m au-dessous du zéro du nivellement général de la Martinique.

Au Vauclin et à Cap Chevalier, les nouveaux zéros hydrographiques sont respectivement à 0,354 m et 0,40 m au-dessous du zéro du nivellement général de la Martinique ⁽⁴⁾.

La description sommaire et la situation des observatoires utilisés, la disposition des différents repères et la valeur de leurs cotes font l'objet des planches 7, 8 et 9.

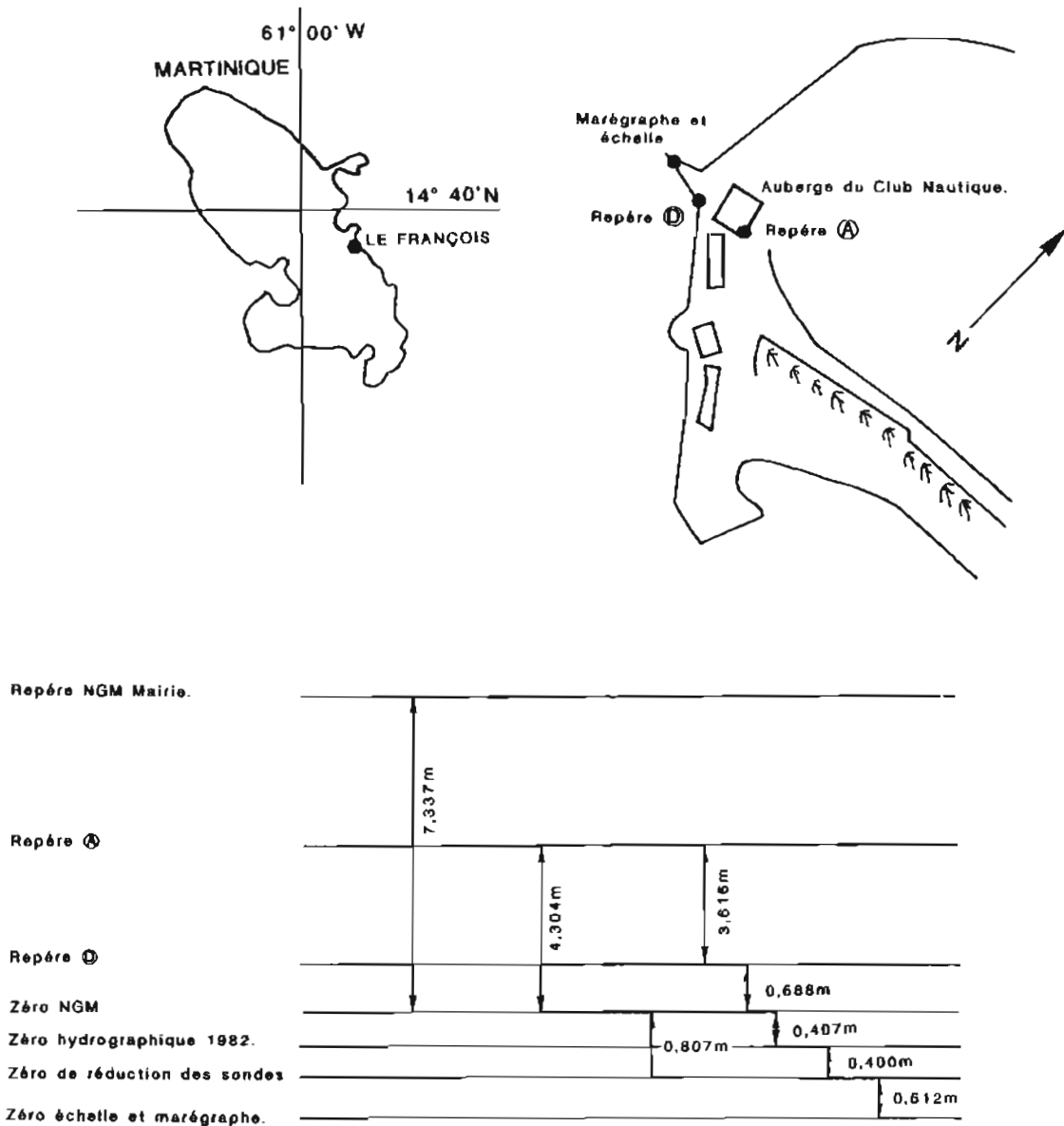
Le tableau ci-après indique la cote du niveau moyen Z_0 et les principales constantes harmoniques des marées à Fort-de-France et sur la côte Est de la Martinique.

⁽⁴⁾ Les éléments relatifs au Vauclin et à Cap Chevalier sont donnés à titre informatif, ces deux observatoires utilisés au cours de la campagne 1979, ne l'ont pas été en 1980-1981.



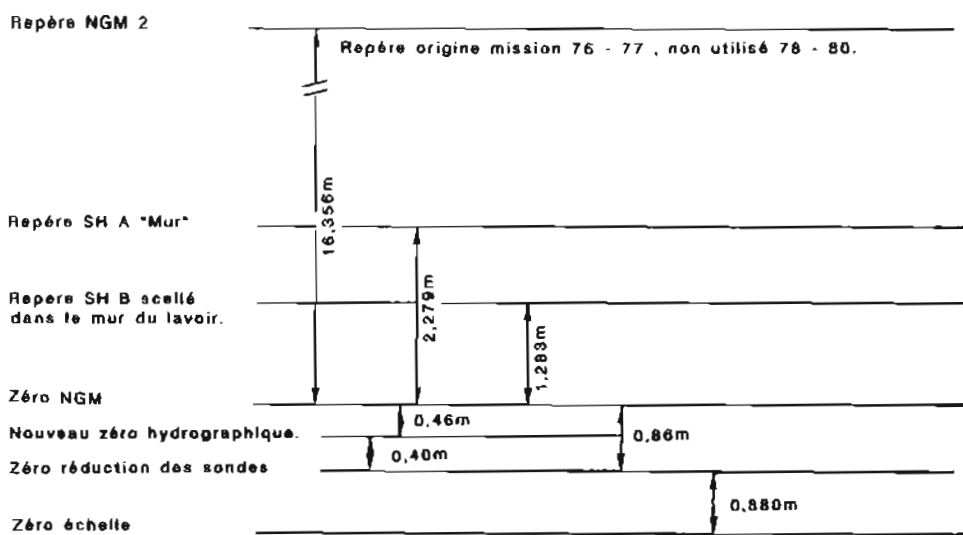
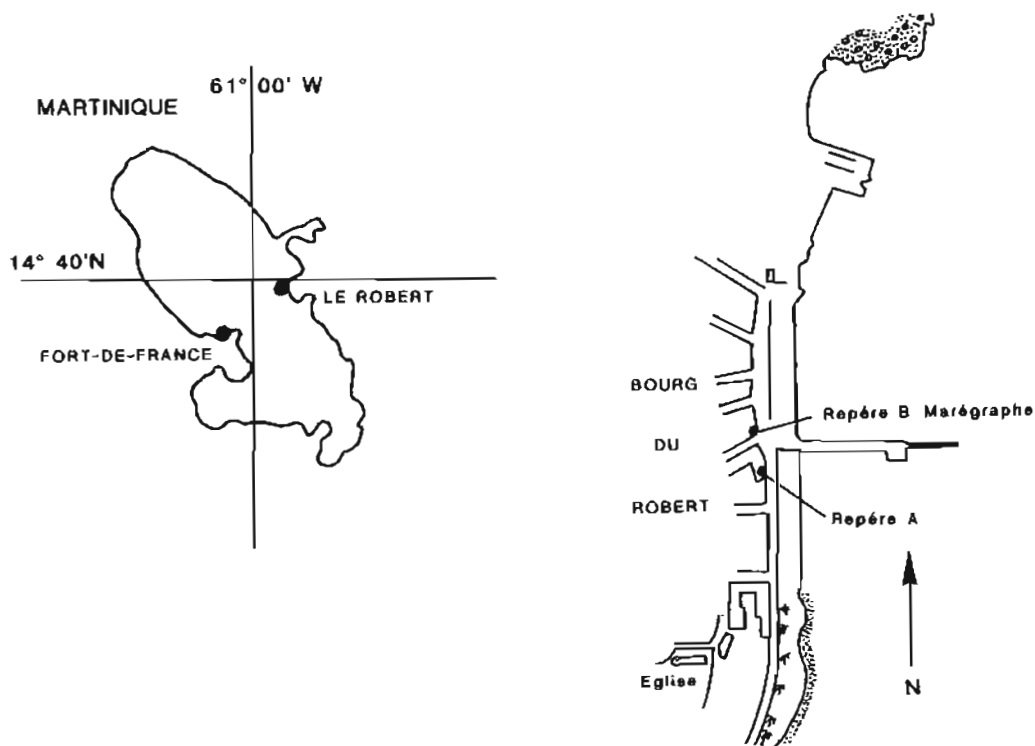
Pl. 7. Martinique – Observatoire de marée de Fort-de-France.

Repère	Description	Cote par rapport au zéro NGM	Cote par rapport au niveau de réduction des sondes
F	Repère SHOM (MOA 80) scellé verticalement sur l'extrémité Sud du quai des Avisos, près du mur.	1,825 m	2,385 m
B	Repère SH B (MOA 76) scellé horizontalement à l'extérieur du mur d'enceinte du fort à droite de la porte d'accès du quai des Avisos quand on le quitte.	3,653 m	4,213 m
E	Repère (MOA 80) scellé horizontalement dans le mur d'enceinte du fort donnant sur le quai des Avisos; au Sud de celui-ci près du repère F.	2,396 m	2,956 m



Pl. 8. Martinique – Observatoire de marée du François

Repère	Description	Cote par rapport au zéro NGM	Cote par rapport au niveau de réduction des sondes
NGM	Repère NGM à médaillon scellé horizontalement dans le mur à l'entrée de la mairie. Réseau 1 ^{er} ordre section GO ; matricule 57 (inscription 1933 sur pastille); fascicule 7	7,337 m	8,144 m
A	Repère SH scellé horizontalement dans le mur à l'entrée de l'auberge du Club Nautique	4,304 m	5,111 m
D	Repère scellé horizontalement dans le quai de l'auberge du Club Nautique	0,688 m	1,495 m



Pl. 9. Martinique – Observatoire de marée du Robert

Repère	Description	Cote par rapport au zéro NGM	Cote par rapport au niveau de réduction des sondes
NGM 2	Repère à médaillon scellé horizontalement sur le côté de la mairie du Robert (repère origine mission 76-77) non utilisé en 78 Réseau 1 ^{er} ordre section EO' ; Matricule 2 ; (Fascicule 4)	16,356 m	17,216 m
Repère A	Repère SH scellé horizontalement sur un mur surmonté de tessons de bouteilles à proximité d'un garage privé	2,278 m	3,138 m
Repère B	Repère SH scellé horizontalement à l'extérieur du mur du lavoir	1,283 m	2,143 m

Constantes harmoniques

Nom du port Position géographique Temps en usage	Z ₀ (cm)	Constantes harmoniques									Amplitude en mm Situation en degrés	
		Sa	Q ₁	O ₁	K ₁	N ₂	M ₂	S ₂	MN ₄	M ₄	MS ₄	
Fort-de-France L = 14° 35' N - G = 61° 03' W UT = - 4.00	56	82 149	12 137	62 167	78 186	15 62	55 95	14 120	- -	3 11	4 83	
Le Robert L = 14° 41' N - G = 60° 56' W UT = - 4.00	54	64 152	14 155	65 170	78 176	33 85	158 98	57 118	- -	- -	- -	
Le François L = 14° 37' N - G = 60° 54' W UT = - 4.00	58	- -	15 158	66 171	76 176	35 81	164 100	59 120	- -	- -	- -	
Le Vauclin ⁽⁴⁾ L = 14° 33' N - G = 60° 50' W UT = - 4.00	53	- -	17 158	64 173	80 177	34 85	167 103	59 125	- -	- -	- -	
Cap Chevalier ⁽⁴⁾ L = 14° 26' N - G = 60° 50' W UT = - 4.00	43	- -	13 166	71 173	78 181	30 100	139 119	43 136	- -	- -	- -	

⁽⁴⁾ Les éléments relatifs au Vauclin et à Cap Chevalier sont donnés à titre informatif, ces deux observatoires utilisés au cours de la campagne 1979, ne l'ont pas été en 1980-1981.

II.2.5. Courants

Les courants ont été mesurés à une immersion de 5 m, à l'aide de courantographes photographiques Mécabulier, aux positions et aux dates indiquées ci-dessous. Partout les courants furent trouvés faibles (inférieurs à 0,5 nd).

II.2.6. Magnétisme

Des mesures de déclinaison ont été effectuées à l'aide du théodolite T0 n° 10 SH (correction instrumentale - 1° 01').

Les positions des stations et les résultats des observations sont présentés dans le tableau p. 81.

II.2.7. Documents établis

Les documents définitifs établis à l'occasion des levés effectués en Martinique et dans le Canal de la Dominique par la MOA de décembre 1980 à avril 1981 font l'objet des fiches de levés suivantes établies par l'EPSHOM :

- Canal de la Dominique : fiche 82-33
- Côte Ouest de la Martinique - Baie de Fort-de-France : fiche 82-27
- Côte Est de la Martinique : fiche 82-30

Ces documents contribuèrent à l'établissement des cartes marines :

- 6738 La Martinique - Partie Sud, au 1:60 000
- 6892 Baie de Fort-de-France, au 1:15 000
- 7041 La Martinique - Partie Nord, au 1:60 000.

Zone	Position	Dates	N° dossier SHOM
Baie de Fort-de-France			
-	14° 33' 05" N 61° 04' 50" W	5 - 9 janvier 1981 13 - 24 janvier 1981	1160 SH
-	14° 35' 21" N 61° 02' 03" W	14 - 17 mars 1981	1161 SH
-	14° 35' 24" N 61° 03' 53" W	14 - 17 mars 1981	1162 SH
Côte Est Martinique			
Le Robert	14° 40' 48" N 60° 53' 06" W	25 - 31 mars 1981	1163 SH
Le François	14° 38' 30" N 60° 52' 08" W	28 mars - 2 avril 1981	1164 SH
Le Robert	14° 40' 50" N 60° 53' 07" W	4 - 13 avril 1981	1165 SH
Le François	14° 38' 30" N 60° 52' 08" W	4 - 11 avril 1981	1166 SH
Passe de Caracoli	14° 45' 12" N 60° 52' 48" W	15 - 22 avril 1981	1167 SH

Zone	Position	Date	Valeur de D (Ouest) réduite	Observations
Baie de Fort-de-France Fort Saint-Louis	14° 35' 45" N 61° 04' 01" W	28 mars 1981	12° 06,7' W	Valeur moyenne sur 24 h (référence)
Gros Ilet	14° 32' 48" N 61° 01' 29" W	30 mars 1981	12° 04,6' W	
Pointe du Bout	14° 35' 49" N 61° 05' 44" W	30 mars 1981	12° 22,9' W	
Côte Est Martinique Le François (Pointe Camphre)	14° 36' 54" N 60° 52' 51" W	27 avril 1981	12° 11,8' W	Valeur moyenne sur 24 h (référence)
Le François (Borne MOA 80)	14° 37' 48" N 60° 54' 06" W	20 avril 1981	12° 53,9' W	
Le Robert (Pointe Fort)	14° 40' 36" N 60° 55' 15" W	20 avril 1981	11° 42,7' W	

II.3. LEVÉ HYDROGRAPHIQUE DU SUD FINISTÈRE (19 août – 2 septembre 1981)

Ces travaux comportaient la poursuite des levés côtiers dans la région comprise entre les îles de Glénan et l'île de Groix couverte par la carte 5479. Deux vedettes de la MOA basées à Lorient exécutèrent ces travaux du 19 août au 2 septembre 1981, bénéficiant de conditions météorologiques très favorables. Le *D'Entrecasteaux* en période d'essais après indisponibilité mit en place les vedettes lors d'un passage devant Lorient le 19 août et les reprit au cours d'une escale dans ce port (31 août-2 septembre) après essais et escale à Nantes (28 – 30 août).

II.3.1. Géodésie

Les travaux de géodésie furent limités aux rattachements destinés au positionnement des antennes Trident et des stations de radioguidage, ces dernières n'étant d'ailleurs utilisées que pour la topographie et dans les zones masquées pour le Trident. Les travaux et calculs de triangulation ainsi que la rédaction ont été exécutés dans le système géodésique de la Nouvelle Triangulation Française (Ellipsoïde Clarke 1880) et le système de projection Lambert II.

Les coordonnées des points utilisés font l'objet du tableau 4.

Tableau 4. – Coordonnées des points utilisés au cours des travaux dans le Sud Finistère (août 1981)
Coordonnées Lambert II – Ellipsoïde Clarke 1880
Points rattachés au réseau de l'Institut Géographique National

Désignation du point et repères	X	Y	Ordre	Alt. m	Class. Amer	Obs.
Pen Men (phare). Axe et sommet	161 198,84	310 535,34	2	65	3	IGN 62 Ant. Trident
Le Pouldu (château d'eau). (Kerankernet) Axe et sommet	159 691,7	324 712,9	5	75	3	MOA 74 Ant. Trident
Kergantic (château d'eau). Axe et sommet	165 064,93	320 130,35	4	73	2	IGN 62 Ant. Trident
Phare de Doëlan Aval. Axe et sommet	154 805,3	324 894,6	6	20	2	MOA 74 Ant. Trident
Phare de Doëlan Amont. Axe et sommet	154 906,1	325 201,5	6	27	1	MOA 74
Fort Bloqué. Borne	162 232,62	320 233,37	4	8	0	IGN 62
Fort Bloqué. (Nanette) borne	163 007,14	319 031,46	5		0	MOA 74
Pointe du Courégan. (Odite) borne	164 236,94	317 325,80	5		0	MOA 74
Pointe du Courégan. Balise	164 279,87	317 408,01	5	35	1	MOA 74
Pointe SE Le Pouldu (Monique). borne (Nanette) borne	161 242,06 163 007,14	322 840,38 319 031,46	5 5	5	0	MOA 74
Pointe de Kerroc'h. Balise	165 243,62	315 924,17	5	16	2	MOA 74
Pointe de Kerroc'h. Feu des Loups (phare)	165 243,57	316 004,02	5	22	2	MOA 74
Pointe de Kerroc'h. (Patricia)	165 241,65	315 983,75	5		0	MOA 74
Pointe de Beg Morg. (Eugénie) borne	149 378,71	325 936,71	5	15	0	MOA 74
Le Grand Cochon. Tourelle	141 461,1	318 473,5	5	8	2	IGN 62

II.3.2. Bathymétrie (planche 10)

II.3.2.1. Sondages réguliers

Effectués sur profils écartés de 100 mètres, ces sondages progressèrent rapidement grâce au bon fonctionnement du matériel et notamment du Trident.

II.3.2.2. Recherches d'obstructions

Bénéficiant de conditions météorologiques très favorables, ces recherches furent rapidement exécutées et obtinrent des résultats concluants. En particulier, les hauts-fonds portés sur la carte 5479 furent tous retrouvés en des positions très proches de leur position cartographiée, à des cotes voisines de celles qui étaient portées sur la carte.

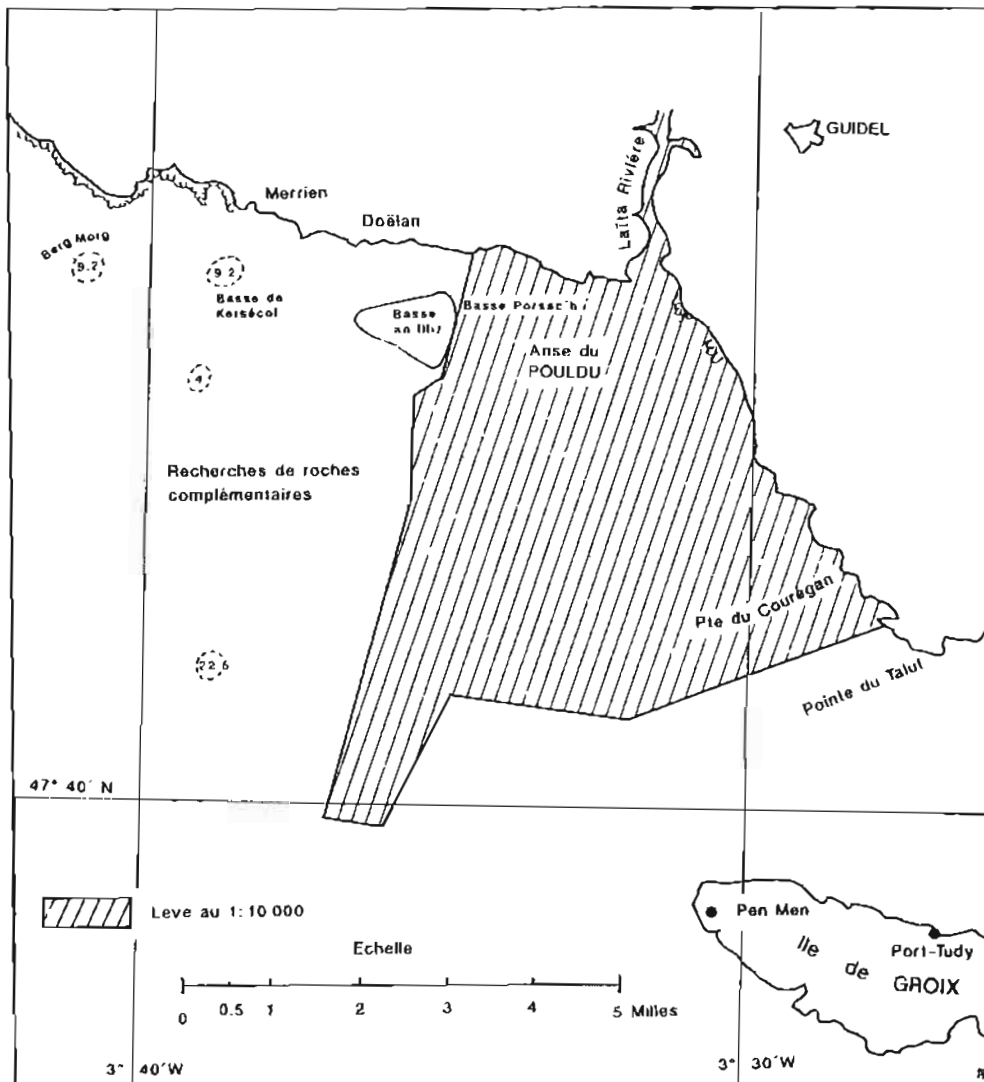
II.3.3. Topographie

La topographie du trait de côte et de la zone côtière fut établie par restitution à la chambre claire des photographies aériennes au 1:20 000 de l'Institut Géographique National. Quelques compléments ont été réalisés dans les zones déjà couvertes par les missions précédentes qui ne disposaient pas de photographies aériennes.

II.3.4. Marées – Réduction des sondes

Les sondes ont été réduites de la marée observée à Port-Tudy (île de Groix).

Le zéro de réduction des sondes qui coïncide avec le zéro hydrographique déterminé à Port-Tudy est situé à 6,88 m au-dessous du couronnement du



Pl. 10. Sud Finistère – Abords de l'île de Groix : zones sondées en 1981

mur du quai Est à hauteur de la deuxième bitte en pierre (cassée) à partir du phare.

Le repère fondamental A, repère SH au sol, à proximité du mur Est de l'observatoire, est coté 7,168 m au-dessus du zéro hydrographique.

La situation de l'observatoire de Port-Tudy, la disposition et la cote des repères de nivellement de cet observatoire sont décrits dans les *Annales Hydrographiques* n° 751 de 1979.

II.3.5. Documents établis

Les documents définitifs établis à l'occasion des levés effectués entre les îles de Glénan et l'île de Groix par la MOA en août 1981 font l'objet de la fiche 82-24 établie par l'EPSHOM.

II.4. CAMPAGNE OCÉANOGRAPHIQUE ENVAT 81 (ENVIRONNEMENT ATLANTIQUE 81) ⁽⁵⁾ (8 septembre – 6 novembre 1981)

La campagne ENVAT 81 du Service Hydrographique et Océanographique de la Marine a été organisée en étroite collaboration avec les laboratoires d'Océanographie Physique Chimique et Biologique de l'Université de Bretagne Occidentale (UBO). Elle a reçu le concours des services de la Météorologie Nationale et la Direction des Recherches et Etudes Techniques lui a apporté son soutien financier.

Dans le prolongement de la campagne Thermocline 77, et compte tenu de ce phénomène particulier au talus continental, ENVAT 81 avait pour objectifs :

- suivi de l'évolution bidimensionnelle de la couche limite océanique, en liaison avec les phénomènes météorologiques,
- étude de la propagation de l'onde marée au-dessus du talus continental,
- étude comparative des évolutions de la couche limite océanique au-dessus de la plaine abyssale et au-dessus du plateau continental,
- étude des phénomènes océaniques (physiques, chimiques et biologiques) caractéristiques du talus continental et de son voisinage.

La campagne s'est déroulée en deux phases : du 8 au 16 septembre 1981 et du 2 octobre au 6 novembre 1981, entre les parallèles 46° 30' N et 48° 30' N et entre les méridiens 5° W et 10° W.

⁽⁵⁾ Pour la rédaction de ce chapitre, il a été fait de larges emprunts à l'article publié dans la revue *Metmar* n° 118, 1^{er} trimestre 1983, par MM. J.Y. Le Tareau, R. Mazé, J. Le Fevre, C. Billard, Y. Camus et intitulé «ENVAT 81 : Campagne de recherche multidisciplinaire en Atlantique; aspects météorologiques, chimiques, biologiques, hydrologiques et thermodynamiques», auquel on se reportera pour de plus amples détails.

Pour l'étude des mesures, on consultera également le rapport d'activité ENVAT 81 (avril 1982) de l'ISC Camus de l'EPSHOM.

Trois navires ont participé à la campagne : le *D'Entrecasteaux* (8-15 septembre, 22 octobre-6 novembre), ce bâtiment participant d'autre part, à l'opération «Plain Sailing» du 23 septembre au 16 octobre avec escales à Plymouth du 24 au 28 septembre et du 14 au 15 octobre, le bâtiment hydrographique *L'Espérance* de la Mission Hydrographique de l'Atlantique (8 – 16 septembre, 2 – 27 octobre) et la gabare de mer *Cigale* (3 – 12 et 17 – 19 octobre). Les planches 11 et 12 indiquent la position des points d'observations; les planches 13 et 14 présentent le schéma des mouillages effectués aux points B, C et D.

II.4.1. Mesures météorologiques

II.4.1.1. Matériel embarqué et bouées «marisonde»

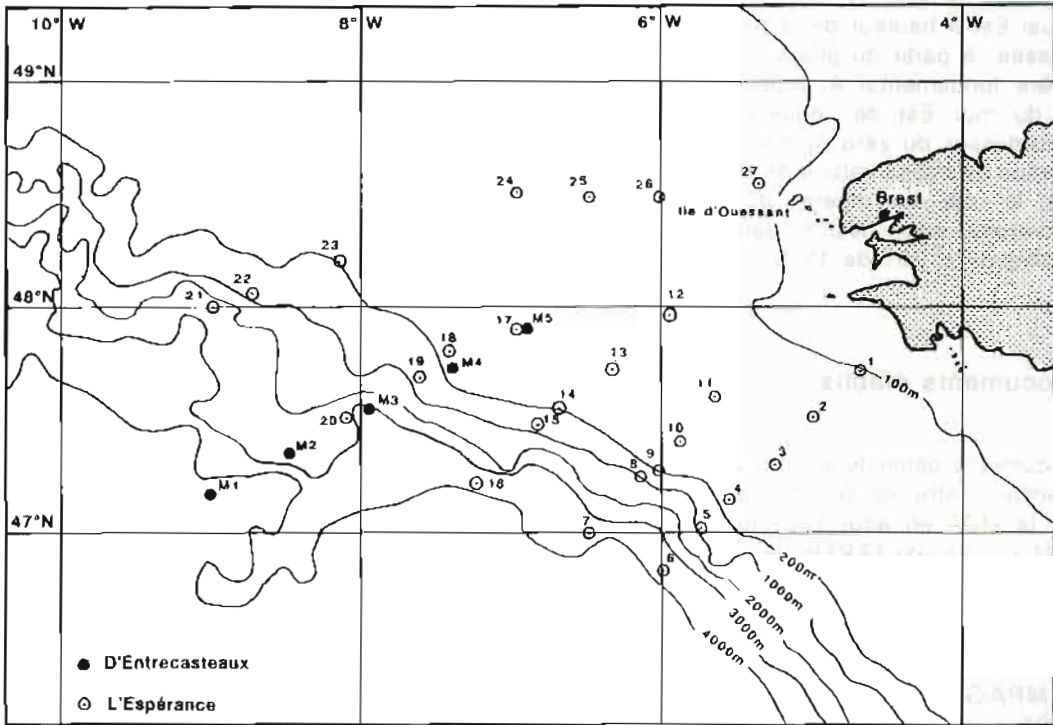
Compte tenu de l'importance du facteur météorologique dans les objectifs de ENVAT 81, un matériel spécial avait été embarqué sur le *D'Entrecasteaux*, et notamment :

- une station météorologique automatique «Simoun» capable d'enregistrer la force et la direction du vent, les températures sèche et humide de l'air, la température superficielle de la mer et le rayonnement solaire incident. Les données sont acquises toutes les six minutes avec une intégration des mesures sur ce laps de temps

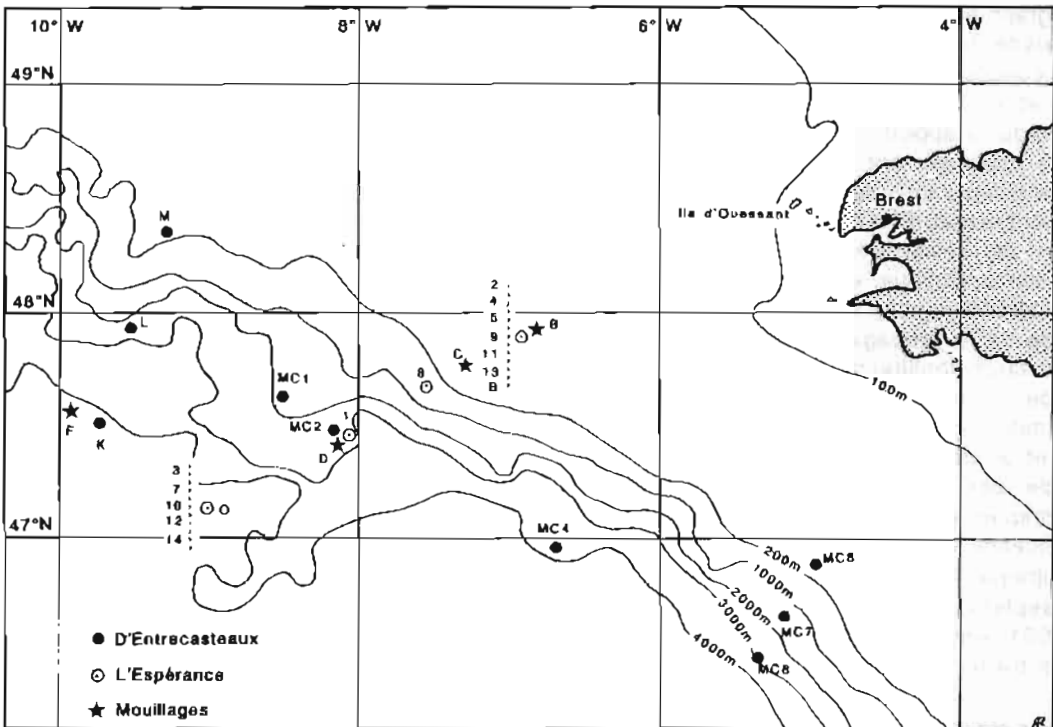
- un système de radiosondage et de mesure du vent comprenant un radar de poursuite type «Zéphir» et un matériel de réception de radiosonde basses-couches, les moyens de calcul nécessaires au dépouillement des résultats étant fournis par l'EPSHOM. Cet appareillage a été installé sur le *D'Entrecasteaux* pour la deuxième phase de la campagne seulement, afin de permettre un suivi local de la situation météorologique en altitude.

D'autre part, les instructions techniques de la campagne prévoyaient la mise à l'eau, à 60 milles dans l'ouest de la zone d'étude, de deux bouées dérivantes «marisonde-G». Leur récupération devait se faire de telle sorte qu'il y ait en permanence, durant la deuxième phase, l'une d'entre elles sur zone. Ces bouées permettent de mesurer le vent, en force et en direction, la température superficielle de la mer, la pression et la température de l'air. Leur positionnement et le relevé des mesures sont assurés une dizaine de fois par jour par le système Argos.

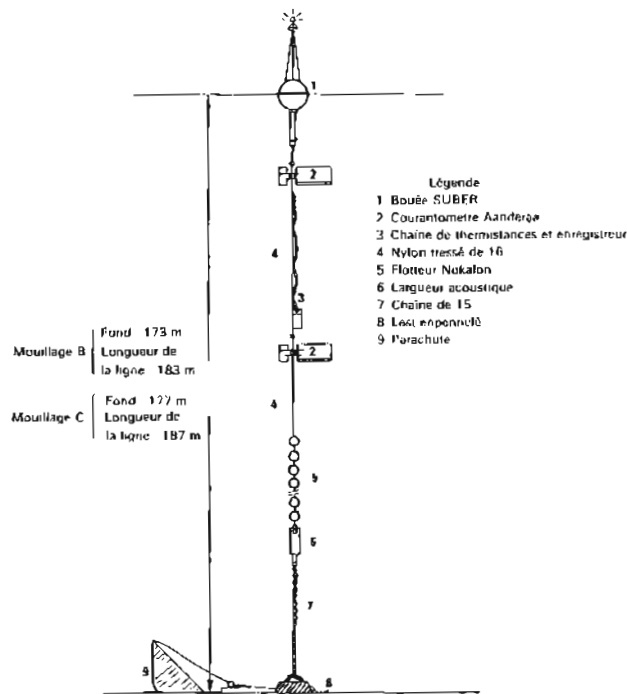
Enfin, les deux bâtiments du SHOM (le *D'Entrecasteaux* et *L'Espérance*) disposaient par ailleurs de



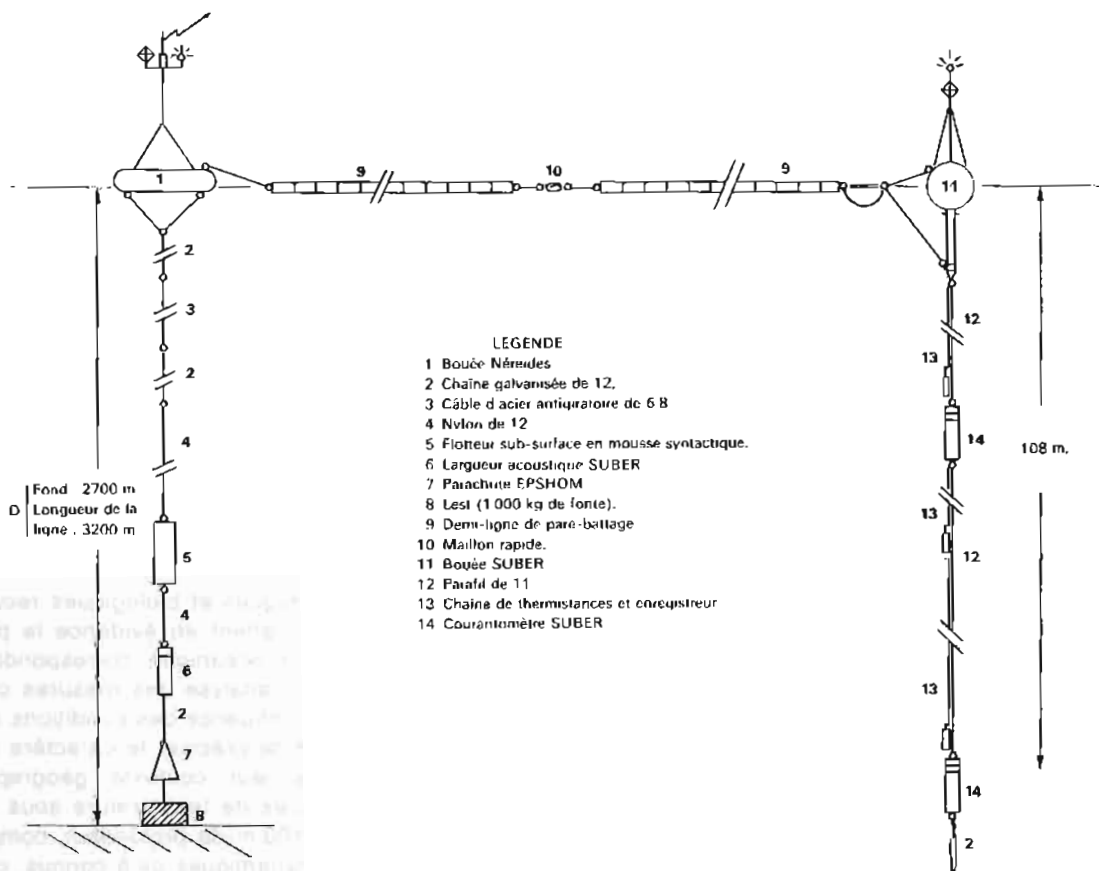
Pl. 11. ENVAT 81 – Phase 1



Pl. 12. ENVAT 81 – Phase 2



Pl. 13. Schéma des mouillages aux points B et C (18 - 29 octobre)



Pl. 14. Schéma du mouillage au point D (18 - 30 octobre)

tout l'équipement nécessaire à la réalisation d'observations météorologiques classiques SHIP.

II.4.1.2. Qualité des mesures effectuées

Les mesures ont été affectées de façon importante par des conditions météorologiques assez défavorables dans l'ensemble et le matériel embarqué n'a pas donné toute satisfaction.

En particulier, les stations météorologiques automatiques «Simoun» ont rapidement mal fonctionné malgré des capteurs apparemment en bon état; le stockage des données sur cassette toutes les six minutes n'a pu se faire convenablement. Les indications des divers capteurs (pression, températures, rayonnement) témoignaient d'une dérive importante au cours du temps conduisant à des valeurs erronées. Ces incidents sont vraisemblablement imputables à des problèmes dans l'électronique interne du système d'acquisition de données. Le matériel semble manifestement éprouver des difficultés pour supporter les conditions délicates du travail à la mer. De plus, la mesure de la température de l'eau au moyen d'un poisson remorqué n'a pas été possible, l'appareil sautant de vague en vague.

C'est ainsi que les observations météorologiques de surface se sont limitées aux observations tri-heurales type SHIP et aux mesures de flux radiatif incident réalisées par les appareils du LOPUBO.

Par contre, le matériel de radiosondage embarqué sur le *D'Entrecasteaux* a correctement fonctionné. C'est ainsi que 22 radiosondages jusqu'à une altitude de 3 000 m ont pu être réalisés, auxquels il faut ajouter pour huit d'entre eux une mesure du profil vertical du vent. L'acquisition et l'exploitation des données se sont faites sans incident notable et une confrontation rapide des résultats avec ceux de Brest et du point «Roméo» (47° N – 17° W) a montré que ces données étaient d'une qualité satisfaisante. Le radar de vent, pour sa part, eut un fonctionnement plus irrégulier, notamment dans le gros temps à cause d'une inertie un peu forte pour une poursuite de ballon dans ces conditions (cinq profils furent jugés inexploitable). La difficulté principale, responsable de la perte de neuf profils de vent, réside cependant dans un système défectueux de transmission des paramètres de navigation (roulis, tangage, cap et vitesse) nécessaires pour reconstituer ce profil.

Quant aux bouées «marisonde», la première d'entre elles, mouillée le 15 octobre au point prévu, ne put être repérée par suite d'un fonctionnement déficient de sa balise Argos. Les mesures correspondantes furent donc fragmentaires; devant cette situation, on renonça à mouiller la deuxième bouée tandis que le *D'Entrecasteaux* chercha à deux reprises et sans succès à récupérer la première.

II.4.2. Conditions météorologiques et bathythermiques

Dans l'ensemble, la situation météorologique de la fin de l'été 1981 fut caractérisée par le retour précoce d'une circulation perturbée au niveau du 50° Nord sur le proche Atlantique. Dès le 10 septembre, on enregistra sur la zone concernée des vents de SW de 30 nœuds. L'atténuation survint dans la journée du 11 septembre pour faire place à un temps plus frais et instable, puis à partir du 13 septembre, à un régime faiblement perturbé de SW qui provoqua une hausse progressive des températures. Cette situation se prolongea jusqu'au 16 septembre, fin de la première phase au cours de laquelle le *D'Entrecasteaux* effectua, notamment, 115 stations à l'aide de la bathysonde Guildline, par profondeurs de 100 à 600 mètres.

La première partie de la deuxième phase (à partir du 22 octobre pour le *D'Entrecasteaux*) fut marquée par du très mauvais temps. Un fort coup de vent imprévu de NW avec rafales supérieures à 50 nœuds leva le 25 octobre une mer assez longue mais très creuse, 8 à 10 mètres, que le *D'Entrecasteaux* supporta très bien, à la cape. Le 28 octobre, sur le talus un coup de vent force 7 à 8 de SW créa une mer très dure, courte et hachée, que le bâtiment supporta moins bien à la même allure. La fin de la deuxième phase fut marquée par une amélioration des conditions météorologiques caractérisées par des vents variables faibles à dominante SW sauf en fin de période où les vents s'orientèrent à l'Est.

Le mauvais temps, accélérant la disparition de la thermocline, conduisit à récupérer par précaution plus tôt que prévu les bouées de mesures. Cette récupération fut effectuée sans incident par le *D'Entrecasteaux*. La dissipation de la thermocline sur la radiale BCD ôtant tout intérêt aux mesures en ces points, deux radiales non prévues MC6-MC8 et KLM firent l'objet de relevés entre le 1^{er} et le 5 novembre. Le *D'Entrecasteaux* rentra à Brest le 6 novembre.

II.4.3. Résultats et hypothèses

Les données chimiques et biologiques recueillies pendant ENVAT 81 mettent en évidence le particularisme de la région océanique correspondant au plateau continental. L'analyse des mesures courantométriques montre l'influence des conditions atmosphériques et permet de préciser le caractère propre des mesures dans leur contexte géographique. L'analyse des mesures de température sous bouée entre la surface et 100 m de profondeur, compte tenu des caractères dynamiques déjà connus, conduit à distinguer trois régions : le plateau continental, le talus continental et enfin, la plaine abyssale. La

baisse discontinue de la température de la couche supérieure observée au point D serait la traduction de l'effet de brassage mécanique dû au vent à la surface de la mer, en liaison avec les oscillations de la thermocline. L'influence du brassage sur la température de la couche de mélange ne serait efficace que si l'épaisseur de cette couche est inférieure à un certain seuil. Cela est réalisé lorsque la marée interne est au voisinage de son élongation maximale. Ce résultat est en accord avec l'existence de la tache froide observée en surface au voisinage du talus continental.

En effet, d'après les mesures, les oscillations de la thermocline dues aux ondes internes atteignent leur amplitude maximale dans ce secteur. D'autre part, les processus physiques déduits des mesures de la deuxième phase impliquent de façon permanente, au moins tant que la thermocline existe, un certain degré de mélange entre l'eau de la couche mélangée de surface et l'eau sous-jacente. Ce phénomène paraît lié à la propagation de l'onde marée sur le talus continental, seul phénomène permanent dans cette région.

L'ensemble des résultats précédents et leur interprétation font apparaître l'importance de l'interaction onde interne-mélange dans les processus de disparition de la thermocline saisonnière. Ils devraient permettre, s'ils étaient confirmés, d'améliorer les modèles de prévision de la thermocline. L'influence des ondes internes sur la température de la couche de mélange ne saurait dorénavant être négligée.

II.4.4. Observations générales

Exécutée dans des conditions de mer difficiles, ENVAT 81 a apporté plusieurs enseignements dont les plus importants paraissent être les suivants :

- Les mesures d'hydrologie discrète et les mesures par bathysonde ont été effectuées sans difficulté particulière et sans perte de matériel. L'exécution de certaines de ces mesures en des positions non prévues initialement, a posé des problèmes d'information et d'autorisation de dernière minute, les zones concernées pouvant être fréquentées par des sous-marins.

- Le mouillage des bouées par un bâtiment spécialisé (gabare *Cigale*) a été réalisé efficacement et dans des délais convenables. Cette solution est probablement la meilleure.

- Le relevage des bouées par le *D'Entrecasteaux* s'est effectué sans incident malgré des conditions de mer assez difficiles.

- Les mouillages principaux ont tenu pendant deux semaines environ. Il paraît hasardeux d'extrapoler à une plus longue durée, dans les mêmes conditions.

- Les appareils de mesures se sont comportés de façon inégale. Les courantomètres Anderaa utili-

sés par fond moyen de 200 mètres ont été récupérés en bon état après avoir fonctionné correctement. Les courantomètres Suber utilisés par grands fonds (2 000 m) n'ont pas donné de résultats (rotor cassé ou coincé par un filin).

- Trois bouées portant les lignes de mesures ont été cassées (l'une d'entre elles cassée au moment du mouillage n'a, en fait, pas été mise en place). Tant que la cause de ces ruptures n'est pas identifiée avec certitude, il convient de mettre en doute la solidité du matériau et la qualité des fixations. Des traces de choc sur les lignes de pare-battage semblent indiquer également un manque d'élasticité des liaisons entre les différentes lignes de mouillages.

- Des difficultés de fonctionnement des largeurs en mode conversationnel paraissent indiquer une portée de ces appareils inférieure aux exigences des mouillages profonds. La fonction largage semble par contre correspondre aux prévisions.

- L'une des bouées (au moins) a été visitée et pillée, ce qui pose une fois encore le problème de surveillance des mouillages.

II.5. LEVÉ HYDROGRAPHIQUE EN MER DE NORVÈGE (22 mars-19 mai 1982)

II.5.1. Généralités

Les travaux effectués en 1982 en Mer de Norvège avaient pour but de combler certaines lacunes des cartes marines en service, en déterminant la cote de certains reliefs sous-marins importants et mal connus, découverts fortuitement à l'occasion de transits de bâtiments.

Les travaux de cette campagne ont progressé normalement malgré des conditions météorologiques difficiles, la zone de travail étant parcourue par de nombreuses dépressions, rejetées vers les hautes latitudes par la présence constante d'un anti-cyclone sur l'Europe Occidentale. Les conditions de mer rencontrées ont été parfois très dures, caractérisées par des lames courtes, de creux parfois supérieurs à huit mètres, levées en quelques heures. Ces conditions se sont fortement améliorées dans la dernière semaine du mois d'avril. Le dôme contenant le transducteur du système de balises acoustiques et fixé sur la coque du *D'Entrecasteaux* a été arraché par gros temps. Mise à part cette avarie, le bâtiment a fait une nouvelle fois preuve de ses excellentes qualités nautiques permettant d'effectuer des sondages jusqu'à mer force 7. Les conditions d'habitabilité à bord sont restées satisfaisantes malgré des températures extérieures assez basses (-11°C). Cette campagne prolongée en mer froide, comportant une période de navigation dans la glace ou au voisinage immédiat de celle-ci, a néanmoins révélé

quelques défauts dans la conception des circuits de réfrigération des groupes électrogènes. Au cours de cette campagne, le *D'Entrecasteaux* fit escale à Tromsø (5-8 avril), Hammerfest (23-25 avril) et Aarhus (11-14 mai).

II.5.2. Localisation

II.5.2.1. Loran C

La localisation du bâtiment a été assurée par l'utilisation des réseaux Loran C 7970 Norvège, contrôlés et étalonnés à l'aide du récepteur de positionnement par satellites JMR 4. La réception régulière du Loran C au cours du transit commença vers $62^{\circ} 30' N - 2^{\circ} 30' W$. La phase W fut définitivement perdue vers $70^{\circ} N$. Les bruits sur les phases X, Y et Z ont été en général faibles, inférieurs ou égaux à $0,1 \mu s$. On a toutefois noté une variabilité nocturne non systématique entre 20.00 UT et 03.00 UT manifestée par une augmentation du bruit. Pour l'ensemble de la zone, les sensibilités des différents lieux avaient les valeurs suivantes : pour X, $250 m/\mu s$, pour Y et Z, $500 m/\mu s$.

En vue de leur exploitation, les données de radiolocalisation Loran C ont subi deux filtrages :

- un filtrage temps réel de l'écart au profil, pour éliminer les fluctuations de réception et indiquer la route moyenne du bâtiment. Des fluctuations de 20

à 30 mètres affichées sur l'indicateur «Droite-Gauche» pouvaient en effet perturber les réactions de l'homme de barre et conduire à rejeter la majorité des profils,

- un filtrage temps différé des différentes phases pour améliorer la résolution du système tout en restituant les défauts éventuels de navigation.

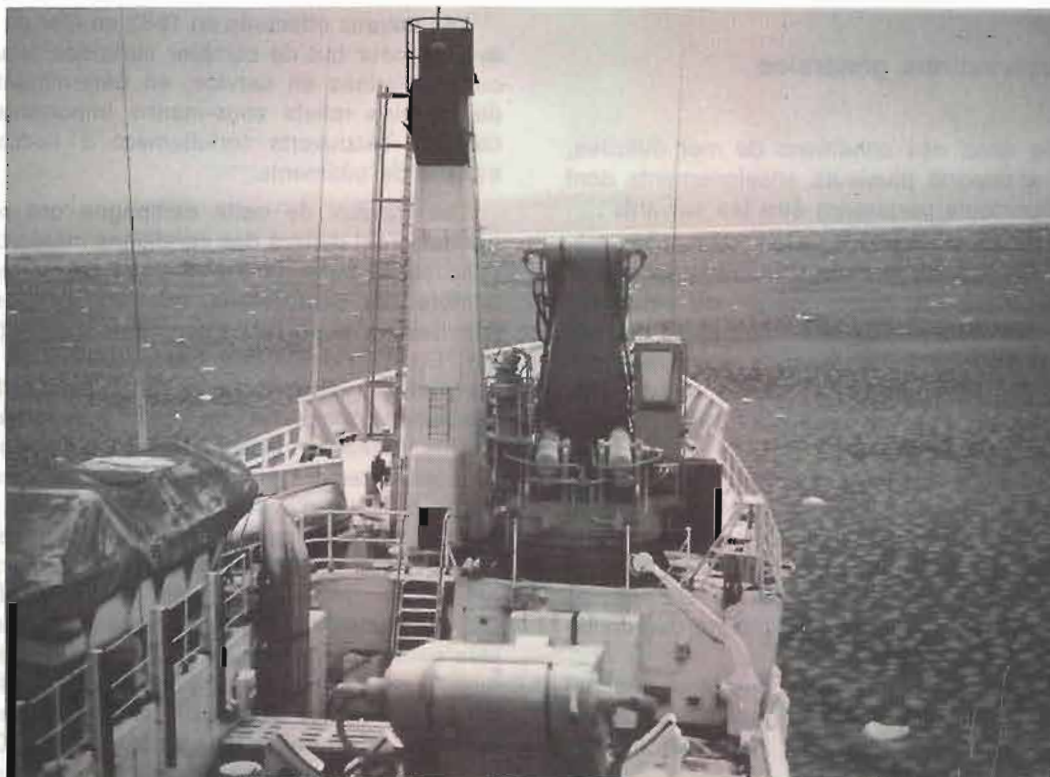
La valeur filtrée en temps réel était la distance instantanée au profil. En temps différé, les valeurs filtrées étaient les écarts entre les phases brutes et les phases issues d'une régression linéaire établie à partir de tous les points validés du profil. Le paramètre du filtre (k variant de 1 à 5) était adapté aux réflexes du barreur et à la stabilité de la route suivie ($k = 1$ en recherche de profil, $k = 5$ en route stabilisée).

II.5.2.2. Oméga (récepteur M6)

L'excellent fonctionnement du Loran C a permis de procéder pendant toute la campagne à une évaluation du système Oméga en mode naturel. Les principaux résultats de cette évaluation sont les suivants :

Le point Oméga a été obtenu systématiquement au Nord-Ouest du point vrai. L'erreur de longitude était variable ($0,1$ à $1,35 M$) et l'erreur de latitude plus stable ($1,7$ à $2,2 M$).

Les écarts-types en longitude et latitude sont restés voisins respectivement de $1 M$ et $0,8 M$.



Navigation en limite des glaces...

Le rayon à 95 % se maintient à 2,5 M.

La note de qualité est restée presque en permanence de 5, avec quelques moments à 4.

Les niveaux de réception ont été, sensiblement pour toute la Mer de Norvège :

A	B	C	D	E	F	G	H
9	8	5	0	0&4	4&7	0	6&7

Une analyse par période d'une heure a mis en évidence :

- Une répétitivité journalière
- Une variation très rapide de l'erreur en longitude entre 18 h et 21 h (suivant le jour et la latitude des sondages, le soleil se couchait entre 19 h et 21 h).
 - Une variation de l'erreur en longitude entre 4 h et 9 h (le soleil se levait entre 3 h 30 et 5 h).
 - Dans l'évolution de l'erreur en longitude : une oscillation autour de la valeur moyenne durant le jour (4 à 13 h et 13 à 19 h) et une diminution brusque vers 21 h suivie d'une augmentation régulière jusqu'à 4 h.
 - Dans l'évolution de l'erreur en latitude : toujours une oscillation autour de la valeur moyenne durant le jour mais plus faible que pour la longitude (4 à 13 h et 13 à 19 h) puis une variation régulière (19 à 4 h) maximale vers 21 h.



... ou plus près

L'ignorance du modèle de corrections utilisé dans le logiciel du M6 ne permit pas de le comparer aux tables de corrections.

L'absence de mesures de chaque phase particulière ne permit pas de faire correspondre de manière univoque le biais en latitude et la dispersion en longitude respectivement à une erreur systématique et à une fluctuation sur certaines d'entre elles.

On a pu ainsi constater la très bonne précision de l'Oméga naturel en Mer de Norvège au mois d'avril 1982. En effet, en adoptant une correction systématique de -2 M en latitude et de +0,5 M en longitude (le point Oméga est toujours au Nord-Ouest du point réel), l'incertitude de la position Oméga serait d'environ 1,5 M.

Toutes les hypothèses concernant l'existence d'un modèle erroné de corrections à l'intérieur du microprocesseur du récepteur M6 ont conduit, en général, à des résultats non satisfaisants pour l'ensemble de la zone. Toutefois, en admettant que les lieux utilisés pour le calcul du point soient A-B, B-H, A-C avec une prépondérance pour les deux premiers (niveaux de réception supérieurs), une erreur systématique sur B serait en accord avec la direction du biais constaté.

II.5.3. Bathymétrie

L'étude des hauts-fonds douteux a donné dans la majorité des cas, des résultats positifs, avec des profondeurs inférieures aux indications de la carte en service.

Les documents de rédaction ont été établis en projection de Mercator dans le système géodésique européen compensé défini sur l'ellipsoïde international.

II.5.4. Gravimétrie

La campagne a permis de procéder à une évaluation approfondie du gravimètre KSS 30, dont les résultats sont présentés dans l'annexe B au présent rapport.

II.5.5. Rédaction

La disponibilité du matériel de tracé automatique a permis d'effectuer la rédaction dans les jours suivants les levés. La majorité des documents de bathymétrie étaient rédigés et disponibles une semaine après le retour à Brest du *D'Entrecasteaux*.

Les documents définitifs établis à l'occasion des levés effectués en Mer de Norvège par la MOA en avril et mai 1982 font l'objet de la fiche 82-29 établie par l'EPSHOM.

ANNEXE TECHNIQUE A

LE GRAVIMÈTRE KSS 5

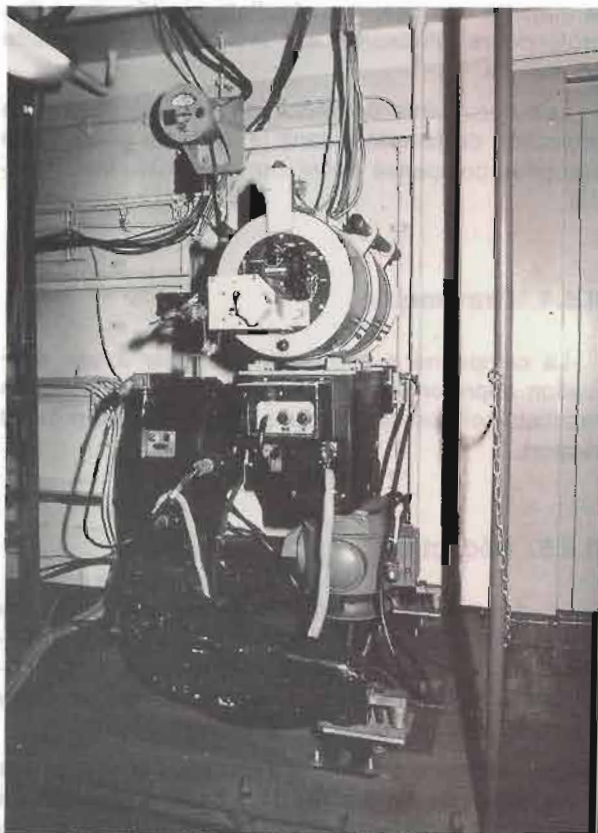
par

L'Ingénieur de l'Armement Chimot

A.1. PRÉSENTATION DU GRAVIMÈTRE

Le gravimètre présenté est le KSS 5 MKII n° 84, construit par la firme allemande Askania et en service au SHOM depuis une dizaine d'années. C'est un appareil de mesures d'interpolation qui nécessite un calage initial par des mesures de référence. Il comprend des parties mécanique et électronique susceptibles d'introduire une dérive, qu'il est possible d'évaluer en faisant de nouvelles mesures de référence au retour de la campagne.

L'élément sensible est un fléau équilibré par deux ressorts couramment appelés axe supérieur et axe inférieur. L'axe supérieur reste normalement fixe pendant une campagne de mesures, il est utilisé comme



Gravimètre KSS 5

ressort de gamme. L'axe inférieur est le ressort de mesure proprement dit; il est commandé par un moteur pas à pas, contrôlé par un dispositif de poursuite. L'élément sensible est situé dans une enceinte thermostatée.

Le dispositif de poursuite tend à maintenir le fléau en équilibre à l'horizontale en permanence, par un asservissement proportionnel et intégral. Il peut être lui-même plus ou moins sensible. Trois positions pré-réglées existent :

- Laboratoire : filtrage sur 2 min
- Mer calme (calm sea) : filtrage sur 3 min
- Mer forte (rough sea) : filtrage sur 5 min

Le filtrage permet d'éliminer les accélérations parasites périodiques qui peuvent atteindre en mer 50 000 fois la valeur de l'anomalie à détecter.

L'enceinte thermostatée est disposée sur une plate-forme stabilisée qui permet les mesures par mer forte. Les écarts de la direction sensible du gravimètre avec la verticale sont donc très faibles à quai comme en mer. Un étalonnage particulier des bulles de repérage a été effectué fin 1979.

A.2. NIVELLEMENT

Le nivellement du gravimètre doit être tel que sa direction sensible soit verticale; s'il existe un angle α entre la verticale et la direction sensible, la grandeur mesurée n'est plus g mais $g \cos \alpha \approx g (1 - \alpha^2/2)$ car α est généralement petit. Il y a donc lieu d'appliquer une correction parabolique.

A.2.1. Détermination du nivellement correct

Grâce aux boutons du boîtier de nivellement, on fait varier de graduation en graduation l'inclinaison longitudinale, en maintenant constante l'inclinaison transversale. Après chaque intervention, il est nécessaire d'attendre de 15 à 20 minutes pour atteindre l'équilibre. On lit alors la position du bord gauche

de la bulle correspondante et la valeur du nombre de tours de l'axe inférieur.

La courbe obtenue en reportant les différentes valeurs lues est approximativement une parabole. Son sommet définit le réglage qui permet d'obtenir le nivellement correct de l'appareil.

On agit ensuite de même pour le niveau transversal.

Après tout démontage du gravimètre, il est nécessaire de procéder de nouveau à l'ensemble de ces opérations.

A.2.2. Détermination de la valeur de la graduation des niveaux

On peut en outre déduire des courbes précédentes (en faisant, par exemple, passer une parabole au sens des moindres carrés parmi les points de mesures) la valeur de la correction de nivellement correspondant à chaque graduation des niveaux, et en tenir compte pour corriger les mesures faites à quai ou à la mer.

A.3. ÉTALONNAGE DES RESSORTS

A.3.1. Principe

L'appareil mesure directement en nombres de tours les tensions des ressorts repérées par la position de leurs commandes :

- «Measuring Spindle» pour l'axe supérieur,
- «Spindle Position» pour l'axe inférieur.

L'étalonnage consiste à déterminer la valeur en mgal d'un tour de l'axe inférieur à axe supérieur fixé. Le constructeur a prévu un dispositif de calibration interne basé sur le déplacement d'une masse le long du fléau, mais cette mesure ne simule qu'une variation de g de 70 mgal environ et ne suffit pas lors des campagnes qui peuvent conduire à des variations dix fois supérieures.

La méthode retenue dite «correspondances d'axes» consiste, en un lieu donné, à modifier d'une quantité connue l'axe supérieur et à observer la valeur modifiée de l'axe inférieur qui ramène l'équilibre.

On obtient les mesures suivantes :

- avant changement : N_0 pour l'axe supérieur, n_0 pour l'axe inférieur.
- après changement : N_1 pour l'axe supérieur, n_1 pour l'axe inférieur.

Les études réalisées au cours des années précédentes (voir en particulier Rapport ICA Comolet-Tir-

man, *Annales Hydrographiques* 5^e Série Vol. 4, Fasc. 1, 1976 n° 743) ont montré que les facteurs d'étalonnage U et u de chacun des axes (c'est-à-dire la valeur en mgal d'une unité de l'axe) était liée aux lectures N et n définies précédemment, par une expression de la forme :

$$U = A (1 + KN + K' N^2) \text{ pour l'axe supérieur}$$

$$u = a (1 + kn + k' n^2) \text{ pour l'axe inférieur}$$

Puisque les mesures sont faites au point fixe, au voisinage des valeurs N_0 et n_0 , et à l'équilibre, on a :

$$U_0 (N - N_0) + u_0 (n - n_0) = 0$$

Cette équation peut s'écrire :

$$\frac{U_0}{u_0} = - \frac{n - n_0}{N - N_0}$$

$$\frac{U_0}{u_0} = V_0 = \frac{A}{a} \times \frac{1 + KN_0 + K' N_0^2}{1 + kn_0 + k' n_0^2} = - \frac{n - n_0}{N - N_0}$$

On dispose donc d'une équation linéaire à 5 inconnues,

$$k, k', \frac{A}{a}, \frac{A}{a} K, \frac{A}{a} K', \text{ de la forme}$$

$$V_0 + V_0 n_0 k + V_0 n_0^2 k' - \frac{A}{a} - N_0 \frac{A}{a} K - N_0^2 \frac{A}{a} K' = 0$$

La condition d'équilibre du fléau suppose $udn = -UdN$; on a donc en se limitant au premier ordre, puisque les coefficients K, K', k, k' sont très petits par rapport à l'unité :

$$n = n_0 + \frac{A}{a} (N_0 - N)$$

Cette valeur reportée dans l'expression de V donne

$$\begin{aligned} V &= \frac{A}{a} \frac{1 + KN + K' N^2}{1 + kn + k' n^2} \approx \frac{A}{a} (1 + KN + K' N^2 - kn - k' n^2) \\ &= \frac{A}{a} \left[N^2 \left(K' - k' \left(\frac{A}{a} \right)^2 \right) + N \left(K + \frac{kA}{a} + 2k' \frac{A}{a} \left(n_0 + \frac{A}{a} N_0 \right) \right) \right. \\ &\quad \left. + 1 - k \left(n_0 + \frac{AN_0}{a} \right) - k' \left(n_0 + \frac{AN_0}{a} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

On voit donc que la partie principale de V est une fonction parabolique de N , dont le terme constant ne dépend que du lieu. Une séance de correspondances d'axes en un lieu ne nous permettra donc de déterminer que 3 des 5 paramètres qui caractérisent la partie principale de V .

En fait, on a intérêt à multiplier les mesures et les lieux de mesure de manière à obtenir un système surabondant que l'on pourra résoudre, par exemple, au sens des moindres carrés.

Le coefficient a sera déterminé par des mesures de référence en deux ports où les valeurs de la pesanteur sont connues et très différentes.

A.3.2. Mesures de référence et détermination de a

Les mesures de référence conduites avant et après chaque campagne permettent de déterminer la dérive de l'appareil et d'apporter une correction en mgal par journée de mesures.

Si les mesures de correspondances d'axes sont indépendantes de la dérive (en supposant que celle-ci soit négligeable pendant les mesures), il n'en est pas de même pour la détermination du facteur a . Pour cette dernière, il est en effet nécessaire de faire une mesure de référence dans un port éloigné en latitude du port de départ et de rattacher cette mesure à un point du réseau international :

- soient g_0 et n_0 les valeurs de référence au port de départ au jour t_0 ,
- soient g_1 et n_1 les valeurs de référence au port éloigné au jour t_1 ,
- soient g_0 et n_2 les valeurs de référence au port de départ au jour t_2 (date du retour),

$$\frac{n_2 - n_0}{t_2 - t_0}$$

correspond à la valeur de la dérive journalière

$$r'_1 = n_1 + (t_1 - t_0) \frac{n_2 - n_0}{t_2 - t_0}$$

représente la valeur corrigée du nombre de tours du port éloigné. On a alors l'équation :

$$g_1 - g_0 = a [(1 + k'n'_1 + k'n'^2_1) n'_1 - (1 + kn_0 + k'n^2_0) n_0]$$

d'où

$$a = \frac{g_1 - g_0}{(1 + kn'_1 + k'n'^2_1) n'_1 - (1 + kn_0 + k'n^2_0) n_0}$$

Le constructeur ne conseille qu'une mesure de référence avant le départ et une à l'arrivée. L'observation du gravimètre sur différentes périodes, d'une durée de trois jours à deux semaines, a fait apparaître certains cas de comportement anormal qui seront analysés en fin de ce rapport. Pour limiter les risques d'erreurs il a toujours été effectué 5 mesures de référence par journée passée en escale.

A.3.3. Déroulement des mesures

A.3.3.1. Mesures de correspondances d'axes

Les plages explorées pour les axes supérieur et inférieur ont été respectivement de 10 à 70 tours et de 5 à 65 tours. Pour ne pas sortir de ces limites,

préconisées par le constructeur, certaines valeurs de l'axe supérieur ont dû être abandonnées (la mesure à 10 tours d'axe supérieur à Tromsø, par exemple, n'a pas été faite, car la mesure à 20 correspondait déjà à 64 tours de l'axe inférieur).

Les séances de mesures de correspondances d'axes étaient organisées de manière à balayer ces plages de façon continue, par incrément ou décrétement de 10 tours à partir de la valeur de l'axe supérieur adoptée pour la campagne (c'est-à-dire 42,5 tours pour la campagne Atlantique Nord et 40 tours pour le transit Brest-Fort-de-France, via Punta Delgada et la Barbade) et en revenant à cette valeur (d'où une série de mesures avec fermeture). Pour chacun des nombres de tours explorés, une mesure de référence était exécutée une heure et quart après le réglage.

Cette procédure présente l'avantage de permettre la comparaison des mesures correspondant à un même nombre de tours de l'axe supérieur mais obtenues lors de l'augmentation ou de la diminution des tours. Les mesures douteuses, ainsi décelées, peuvent alors être reprises.

Ces séances ont toujours été précédées et suivies d'une série de mesures de référence à la valeur de l'axe supérieur, adoptée pour la campagne.

A.3.3.2. Campagnes et conditions d'exécution des mesures

Les mesures ont été effectuées au cours de deux campagnes :

- la première à bord du B.H. *L'Espérance*. Les escales de Reykjavik, Tromsø et Brest ont constitué les séances n^{os} 1, 2 et 3 de mesures de correspondances d'axes. Les mesures de référence de Brest avant et après la campagne indiquent une dérive de : + 0,04 centième de tour/j;

— la deuxième campagne est représentée par le transit Brest-Fort-de-France à bord du B.O. *D'Entrecasteaux* au mois de novembre 1980. Les escales de Brest-Punta Delgada-la Barbade et Fort-de-France ont constitué les séances n^{os} 4, 5, 6 et 7. La dérive de l'appareil lors de cette campagne n'a pu être déterminée indépendamment du facteur a , en raison du long séjour du *D'Entrecasteaux* aux Antilles (le facteur n'a donc pu être évalué qu'à partir des séances de Brest et de Tromsø).

Les mesures ont été faites avec les réglages suivants :

- Température intérieure 35°
- Thermostat 2
- Opération Mode Select : mer calme
- KTR : ON
- Poursuite en fonction.

La température du local était de 16° ± 1° sur *L'Espérance*. Elle est passée de 18° à 23° sur le *D'Entrecasteaux*, croissant lentement de Brest à Fort-de-France. La pointe à 23° est trop élevée

d'après les indications verbales du constructeur, l'écart entre la température intérieure du gravimètre et celle du local devant être compris entre 15° et 20°. La climatisation du D'Entrecasteaux n'a pas permis de rester dans ces limites. Aucune correction de température n'a été apportée aux mesures.

A.3.3.3. Calculs

L'évaluation de $V = \frac{U}{u}$ a été envisagée de plusieurs façons dans les divers programmes mis au point à la MHA ou à la MOA. Ces programmes se ramènent tous au calcul en divers points, de la pente de la courbe $N(n)$ à g constant. La solution retenue à la MOA consiste à calculer la pente de la droite joignant deux points de mesures et à affecter la valeur changée de signe au point moyen de la corde.

Pour traiter chaque séance de correspondances d'axes comme une observation homogène et pour ne pas alourdir les calculs, une seule valeur de n a été affectée à chacune de celles de l'axe supérieur, même si plusieurs résultats de mesure étaient disponibles. Ainsi, lorsque ces derniers n'étaient que très légèrement différents, leur moyenne était adoptée. Dans le cas contraire et si la séance de mesures n'avait pu être reprise, par manque de temps, le résultat présentant la meilleure cohérence avec ceux de la série était adopté. Au préalable, les différentes mesures avaient été corrigées des erreurs de fermeture.

Le programme de calcul Tagra sur HP 9845 a traité par moindres carrés les 34 équations issues des 41 mesures faites au cours des 7 séances. Afin d'a-

boutir à une solution cohérente et à une meilleure détermination des facteurs k et K de la formule

$$u = a(1 + kn + Kn^2)$$

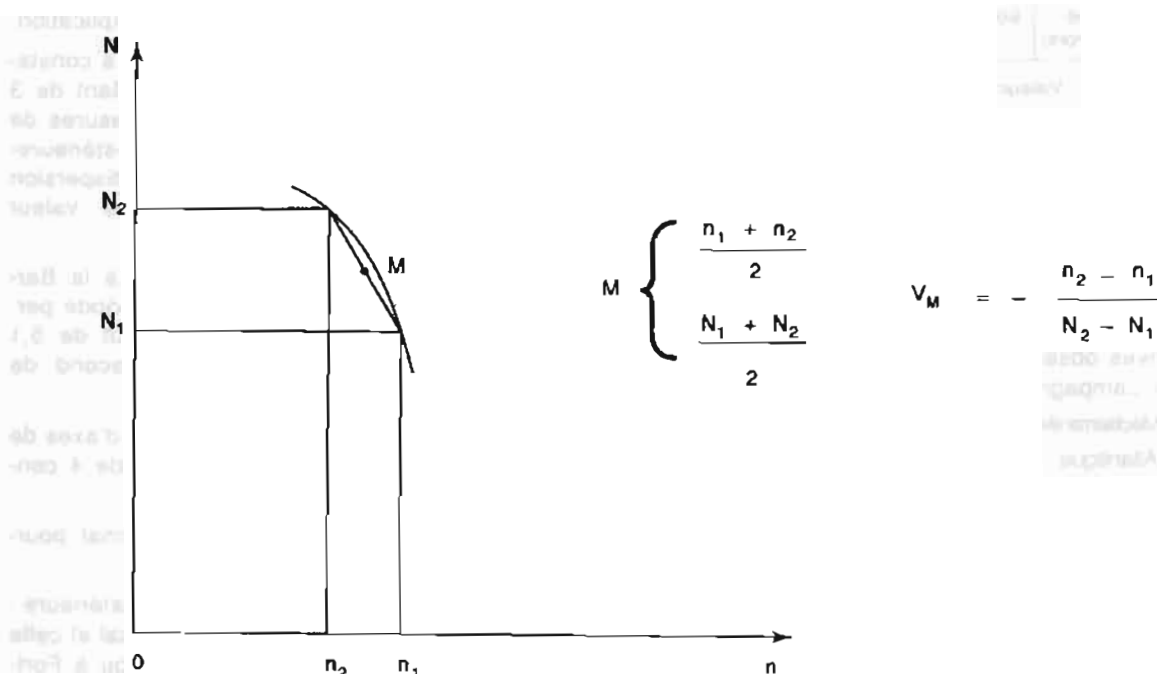
on a effectué 4 itérations en éliminant à chaque fois la mesure qui présentait le plus grand écart avec la solution obtenue. Les deux points valables, encadrant le point rejeté, étaient alors reliés et une nouvelle équation était établie.

Les caractéristiques de chaque solution ont été enregistrées en fichier et traitées par le programme Trasol de manière à déterminer le facteur a et calculer les valeurs de u et de $u \times n$, ces deux derniers éléments étant utilisés pour apprécier la précision de la solution retenue. Le calcul a été fait pour tous les trajets comportant une mesure de référence à chaque extrémité. La solution adoptée correspond cependant au trajet Tromsø-Brest pour lequel la dérive a été déterminée dans les meilleures conditions (puisque déduite du trajet Brest-Brest et sans faire intervenir les facteurs de correspondances, différences de tours ou nombre de milligals).

A.3.4. Résultats des calculs

A.3.4.1. Traitement des mesures de correspondances d'axes

L'écart quadratique moyen sur V est de l'ordre de $2,5 \cdot 10^{-4}$. Les 4 séries de coefficients, obtenues lors des itérations décrites précédemment, ont été comparées et on a constaté que les solutions nos 2, 3 et 4 étaient très voisines. Compte tenu de cette



convergence, la solution n° 2 a été adoptée. Le point rejeté appartenait à la séance exécutée à Fort-de-France.

On obtient donc les valeurs :

$$K = -6,124 \cdot 10^{-5} \quad K' = 3,126 \cdot 10^{-7}$$

$$k = +3,783 \cdot 10^{-5} \quad k' = -1,464 \cdot 10^{-7}$$

$$\frac{A}{a} = 0,49348$$

cet ensemble de valeurs provient de 33 déterminations de V pour 40 couples mesurés. L'écart quadratique moyen est de $2,5 \cdot 10^{-4}$ et l'écart maximal est de $5,8 \cdot 10^{-4}$. Ces résultats sont comparables à ceux obtenus en 1971-1972 pour lesquels les écarts correspondants étaient de $2,6 \cdot 10^{-4}$ et de $2,4 \cdot 10^{-4}$ sur 21 et 9 valeurs mesurées.

A.3.4.2. Calcul de a

Les principales valeurs de référence utilisées sont répertoriées dans le tableau 5. La dérive observée de Brest à Brest au cours de la campagne Mer de Norvège de *L'Espérance* est de deux centièmes de tour en cinquante jours. Une correction de 0,04 centième de tour par jour a donc été appliquée aux mesures.

Tableau 5. Valeurs de référence utilisées

Brest Poste D/E Quai des Flottilles	980 955,5	$\varphi = 48^{\circ} 22' 14''$ N $G = 4^{\circ} 30' 54''$ W
Toulon Milhaud 6	980 491,2	$\varphi = 43^{\circ} 06' 50''$ N $G = 5^{\circ} 54' 11''$ E
Tromsø Bunkerdepot	982 568,4	$\varphi = 69^{\circ} 39' 30''$ N $G = 18^{\circ} 58' 24''$ E
Fort-de-France Quai aux huiles	978 522,5	$\varphi = 14^{\circ} 35' 59''$ N $G = 61^{\circ} 04' 01''$ W
Punta Delgada à 800 m de l'extré- mité du mole do Porto	980 129,7	$\varphi = 37^{\circ} 44' 00''$ N $G = 25^{\circ} 40' 00''$ W

Valeurs déduites

La Barbade	978 596,9	$\varphi = 13^{\circ} 06' 00''$ N $G = 59^{\circ} 38' 02''$ W
Le Ferrol	980 531,0	$\varphi = 43^{\circ} 28' 38''$ N $G = 08^{\circ} 14' 33''$ W

On déduit des observations effectuées à Tromsø et Brest une valeur de a égale à 103,551.

Les dérives observées de Brest à Brest au cours des autres campagnes ont été les suivantes :

campagne Méditerranée : $-0,10$ centième de tour par jour

campagne Atlantique : $+0,48$ centième de tour par jour

la dérive calculée sur le trajet de Brest à Fort-de-France, en utilisant la formule

$$u = a(1 + kn + k'n^2)$$

où $a = 103,551$

$$k = +3,783 \cdot 10^{-5}$$

$$k' = -1,464 \cdot 10^{-7}$$

serait de $-0,11$ centième de tour par jour, ce qui semble correct.

Ces dérives étant déterminées, les résidus entre mesures traitées et valeurs de références terrestres sont :

à Toulon $+1,5$ mgal

à Punta Delgada $+0,2$ mgal

Nota 1 : pour la détermination de la dérive entre Brest et Fort-de-France, nous avons résumé la période de l'escale à la Barbade en un saut ponctuel (cf. paragraphe A.4.2).

Nota 2 : les valeurs de $V = U/u$ ont été calculées pour N et n multiples de 5. On en a tiré un graphique donnant V en fonction de N et de n (planche 15).

A.4. COMPORTEMENT DU GRAVIMÈTRE

a) Des mesures de référence en mode « calm sea » ont été effectuées à Brest entre deux missions. Elles se sont étalées sur trois semaines avec une interruption du 10^e au 14^e jour. Elles ont toutes été corrigées de l'effet de la marée. La première série de mesures a été effectuée sur alimentation électrique du *D'Entrecasteaux* par la terre. Au cours de la deuxième série un passage sur courant bord par couplage des générateurs a provoqué une interruption de 35 min.

La première série de mesures, normale, fait apparaître une dérive journalière continue de l'ordre $+0,7$ centième de tour. La seconde présente deux oscillations se superposant à la dérive précédente (amplitude estimée à 3 centièmes de tour, période 3 jours). Elle a constitué la première alerte sur un comportement anormal du gravimètre à quai et le constructeur contacté n'a pu proposer d'explication.

b) Au cours des missions suivantes, on a constaté, toujours à quai, de véritables sauts allant de 3 à 10 centièmes de tour, alors que des mesures de référence effectuées antérieurement ou postérieurement pendant 3 à 4 jours donnaient une dispersion de 0,5 centième de tour autour d'une valeur moyenne sans dérive appréciable.

Ainsi, le comportement du gravimètre à la Barbade nous a-t-il conduit à résumer une période perturbée d'une durée de 2 jours, à un saut de 5,1 centièmes de tour compensé par un second de même amplitude.

Après les mesures de correspondances d'axes de Fort-de-France, on a observé une dérive de 4 centièmes de tour pendant 3 jours.

Les causes de ce comportement anormal pourraient être :

— l'augmentation de la température extérieure : écart trop faible entre la température du local et celle de l'enceinte thermostatée à la Barbade ou à Fort-

détermination de k , K , $\frac{A}{a}$, K' ou de a affectait le modèle décrit ci-dessus. On a donc, dans un premier temps, relancé les programmes Tragra et Trasol en modifiant une par une les mesures de correspondances d'axes, de $\pm 0,005$ tour. Après chacune de ces modifications, on a obtenu un jeu de coefficients qui nous a permis, grâce aux mesures faites à Tromsø et Brest, de déterminer a et de calculer les valeurs du facteur $u = a(1 + kn + kn^2)$ pour des valeurs de l'axe inférieur de 10, 20, 30, 40, 50 et 60 tours, ainsi que les valeurs en mgal de ces nombres de tours.

	Nombre de tours de l'axe inférieur	10	20	30	40	50	60
MOA	$a = 103,551$ $k = 3,783 \cdot 10^{-5}$ $K' = -1,464 \cdot 10^{-7}$	1035,9	2072,5	3109,7	4147,4	5185,5	6223,9
MHA	$a = 103,3598$ $k = 7,717 \cdot 10^{-5}$ $K' = -0,6111 \cdot 10^{-7}$	1034,4	2070,3	3107,8	4146,8	5187,1	6228,9
Écart		1,5	2,2	1,9	0,6	-1,6	-5,0

Dans un deuxième temps, adoptant la solution retenue au paragraphe A.3.4., on a fait varier les éléments de la mesure faite à Brest et permettant avec celle de Tromsø de déterminer a .

On a constaté ainsi qu'une variation de 0,5 centième de tour sur l'une quelconque des mesures entraînait une variation du modèle pouvant atteindre $\pm 3,1$ mgal dans le centre de la plage de mesure.

En fait, la valeur de la pesanteur en un lieu est déduite des mesures par la fonction $g = g_{ref} + f(n) - f(n_{ref})$ où $f(n) = a(1 + kn + kn^2)$, l'écart entre deux modèles caractérisés par $f_1(n)$ et $f_2(n)$ est donc donné par

$$g_1 - g_2 = [f_1(n) - f_1(n_{ref})] - [f_2(n) - f_2(n_{ref})]$$

L'écart maximal est obtenu pour une mesure de référence n_{ref} de l'ordre de 50 tours et une mesure n de l'ordre de 10 tours, il vaut alors 2,5 mgal; ce cas est extrême puisqu'il faudrait pour obtenir un tel écart une campagne de type Tromsø-Fort-de-France.

A.5.2. Comparaison des modèles adoptés par la MOA, la MHA et le constructeur

En comparant de la même manière, la solution adoptée par la MHA lors de sa campagne en Atlantique Nord et celle adoptée par la MOA dans ce rapport, nous voyons que, bien que les solutions soient assez différentes (tableau ci-après), les valeurs en mgal des tours de l'axe supérieur sont en général cohérentes compte tenu des plages admissibles de variation des modèles. L'écart observé pour 60 tours est à la limite de ce qui peut être accepté.

Le constructeur, quant à lui, préconise d'utiliser un facteur constant de 103,7 pour toute la plage de mesure (cf. Test Certificate for KSS 5 n° 84). Une valeur moyenne de u , calculée à partir du modèle adopté par la MOA sur la plage 10-70 tours de l'axe inférieur, vaut 103,677; ces deux modèles aussi sont donc en accord.

A.5.3. Conclusions

On peut penser que la détermination des facteurs $\frac{A}{a}$, k , K , K' est bonne puisqu'elle est basée sur un grand nombre d'observations et que l'écart quadratique moyen entre le modèle adopté et les mesures est de 0,5 %.

Par contre, la détermination de a peut être critiquée, dans la mesure où elle ne se base, pour l'instant que sur le trajet Brest-Tromsø.

ANNEXE TECHNIQUE B LA GRAVIMÈTRE KSS 30

par

l'Ingénieur des Études et Techniques d'Armement DOLOU

B.1. PRÉSENTATION DU GRAVIMÈTRE

Recetté en usine en juillet 1981, le gravimètre KSS 30 n° 11 de Bodenseewerk dont l'évaluation fait l'objet de cette annexe, fut embarqué à bord du *D'Entrecasteaux* en août 1981. Soumis à des essais en mer du 19 au 22 février et du 2 au 12 mars 1982, il fut évalué en utilisation opérationnelle en mer en avril et mai 1982.

Le gravimètre KSS 30 est un appareil de mesure d'interpolation dans lequel l'élément sensible est une masse équilibrée par un ressort et qui peut subir une translation verticale sous l'effet d'une variation de la gravité. Un capteur capacitif de déplacement commande le courant d'une bobine soumise à l'action d'un champ magnétique qui ramène la masse à sa position de référence.

L'appareil comprend essentiellement le capteur (GSS 30), la plateforme stabilisée (KT 30) et le coffret de contrôle électronique (GE 30).

B.2. ÉTALONNAGE

B.2.1. Détermination du coefficient de calibration

Un coefficient d'étalonnage K_0 était fourni par le constructeur pour permettre la conversion de la fréquence mesurée en gravité. Les mesures faites entre Brest et les ports d'escale en Norvège, ont permis de relever une erreur dans l'adoption du coefficient K_0 , dont la valeur est affichée sur le calculateur ZE 30.

Un coefficient correctif K a pu être déterminé à l'occasion de la première mesure de référence en Norvège (Tromsø du 5 au 8 avril 1982). Il a été en-

suite adopté pour toute la campagne de mesure «Norvège 1982».

B.2.1.1. Détermination du coefficient correctif

Les mesures de référence (GV) ramenées au niveau moyen de la mer ont donné à Brest :

$$GV_B = 369,10$$

et à Tromsø :

$$GV_T = 1994,84$$

Les gravités de référence déterminées à Brest et à Tromsø à l'aide de gravimètres terrestres sont les suivantes :

(les valeurs sont ramenées au niveau moyen)

Brest : quai des flottilles (Foxtrot)

$$g_B = 980\,956,40 \text{ mgal}$$

Tromsø : Dampskai (en ville)

$$g_T = 982\,568,57 \text{ mgal}$$

Soient : F_B la mesure exprimée en fréquence à Brest

$$GV_B = F_B \cdot K_0 \quad (K_0 = 0,8080)$$

F_T la mesure exprimée en fréquence à Tromsø

$$GV_T = F_T \cdot K_0$$

Ce qui donne :

$$g_T - g_B = (GV_T - GV_B) K + C_d \quad (C_d = \text{correction de dérive})$$

En supposant la dérive négligeable (hypothèse que vérifient les mesures effectuées ultérieurement), on a :

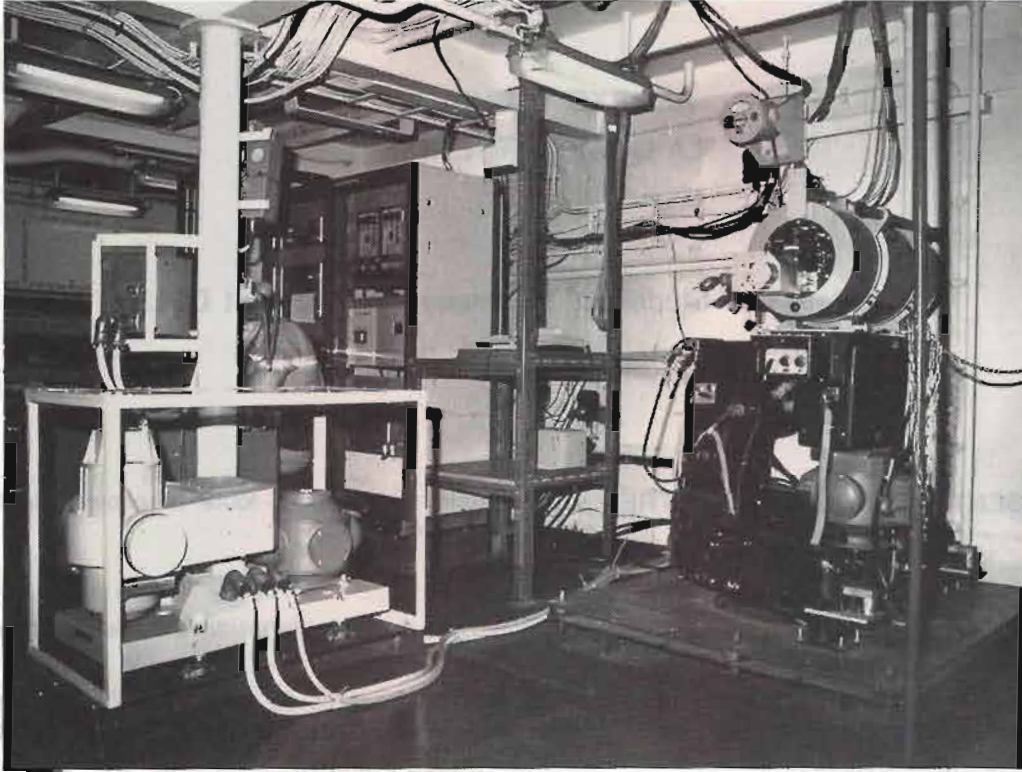
$$K = \frac{g_T - g_B}{GV_T - GV_B} = \frac{1612,17}{1625,74} = 0,991653$$

Ce coefficient a été adopté pour toute la campagne.

$$g_T - g_B = (F_T - F_B) K_0 K = (F_T - F_B) K'$$

$$K' = 0,80125565$$

K' est la valeur du coefficient qui aurait dû être affichée au calculateur du gravimètre (ZE 30).



Ensemble des gravimètres KSS 30 (à gauche) et KSS 5

B.2.1.2. Détermination du coefficient K après correction des dérives

Le retour du bâtiment à Brest a permis d'évaluer une dérive globale du gravimètre (1,58 mgal en 58 jours).

Après prise en compte de cette dérive, on obtient :

Pour le trajet $\left\{ \begin{array}{l} K = 0,991\ 885 \\ \text{Brest-Tromsø} \left\{ \begin{array}{l} K' = 0,8080 \cdot K = 0,801\ 443 \end{array} \right. \end{array} \right.$

Pour le trajet $\left\{ \begin{array}{l} K = 0,991\ 814 \\ \text{Tromsø-Brest} \left\{ \begin{array}{l} K' = 0,8080 \cdot K = 0,801\ 385 \end{array} \right. \end{array} \right.$

— Sans correction de dérive, nous avons :

$$K = 0,992\ 113$$

$$K' = 0,8080 \cdot K = 0,801\ 627$$

— Avec correction de dérive, on obtient :

$$K_m = 0,991\ 849$$

$$K'_m = 0,801\ 414$$

B.2.1.3. Remarques concernant l'utilisation du coefficient de calibration

— Le nouveau coefficient correctif déterminé après avoir tenu compte des corrections de dérives ne modifie pas les résultats des mesures de la campagne.

En effet, les écarts de gravité ont été inférieurs à 400 mgal.

D'où l'erreur

$$\varepsilon = 400 \cdot \frac{0,991\ 849}{0,991\ 653} - 400 = 0,08\ \text{mgal}$$

— La valeur à afficher sur le calculateur ZE 30 sera : 0,8014 au lieu de 0,8080.

— Si les écarts de gravité avec le port de référence sont supérieurs à 2 000 mgal, il faudra prendre en compte un second coefficient correctif :

$$\frac{0,801\ 414}{0,8014}$$

En effet :

$$2\ 000 \cdot \frac{0,801\ 414}{0,8014} - 2\ 000 = 0,035$$

Cette remarque intéresse seulement les mesures qui seraient utilisées pour déterminer une nouvelle référence de la gravité dans un port.

B.2.2. Test de calibration

Le test de calibration s'effectue en posant sur le capteur une masse additionnelle et en mesurant la variation de gravité apparente.

Soient :

M = masse de l'ensemble de mesure du capteur

m = valeur de la masse additionnelle

- f_r = force de rappel du ressort à la position d'équilibre
 F, F' = forces exercées par la bobine électromagnétique à la position d'équilibre
 F_e, F_e' = fréquences à convertir respectivement sans et avec la masse additionnelle
 G, G' = gravités apparentes à mesurer
 G_L, G_L' = gravités mesurées et restituées par la chaîne de mesure

Les résultats obtenus à Brest, Tromsø, Hammerfest, Aarhus sont les suivants

Mesures Ports	$G' - G$ mgal	G mgal	$\frac{G' - G}{G}$
Brest	965,10	980 956,4	$9,8384 \cdot 10^{-4}$
Tromsø	966,80	982 568,7	$9,8395 \cdot 10^{-4}$
Aarhus	965,91	981 638,2	$9,8398 \cdot 10^{-4}$
Hammerfest	966,88	982 634,34	$9,8396 \cdot 10^{-4}$

Sans masse additionnelle

$$F + MG + f_r = 0$$

Avec masse additionnelle

$$F' + (M + m) G + f_r = 0$$

d'où $F' + (M) G' + f_r = 0$

$$\text{avec } G' = G \left(1 + \frac{m}{M} \right)$$

Les forces exercées par la bobine électromagnétique seront respectivement en module :

$$F = MG + f_r \quad M \text{ et } m \text{ étant les masses apparentes}$$

$$F' = (M + m) G + f_r \quad M = \iiint (\rho_1 - \rho') dv$$

$$m = \iiint (\rho_2 - \rho') dv$$

Les fréquences F_e et F_e' sont respectivement :

$$F_e = f (MG + f_r) \quad \rho_1 = \text{masse volumique du capteur}$$

$$F_e' = f ((M + m) G + f_r) \quad \rho_2 = \text{masse volumique de la masse additionnelle}$$

ρ' = masse volumique de l'air

Nous supposons en première approximation dans l'enceinte thermostatée du capteur que la fonction f est linéaire, d'où

$$F_e' - F_e = \alpha m G$$

Nous supposons également que l'ensemble de la chaîne de mesure convertit linéairement les fréquences en mesures digitales exprimées en milligals. Par conséquent si K est le coefficient de transformation

$$G_L' - G_L = K (F_e' - F_e) = K \alpha m - G$$

$$= K \alpha (\rho_2 - \rho') v G$$

En supposant l'enceinte parfaitement thermostatée et toutes les transformations comme linéaires, les résultats des tests de calibrations quel que soit le port doivent permettre de vérifier :

$$\frac{G_L' - G_L}{G} = \text{Constante,}$$

$$\text{avec } \frac{G' - G}{G} = \frac{m}{M} = \frac{\iiint (\rho_2 - \rho') dv}{\iiint (\rho_1 - \rho') dv} \equiv \alpha_e$$

La moyenne des mesures effectuées à Brest est sans doute un peu faible. Cette remarque étant faite, il est permis de noter pour tous les ports, une cohérence remarquable de la valeur de $\frac{\Delta G}{G}$ (meilleure que 10^{-4} en précision relative).

Ces mesures de calibration à l'aide de la masse additionnelle sont très importantes. Elles permettront de constater ou d'infirmer les hypothèses de linéarités ainsi que le vieillissement de tous les organes de la chaîne de mesure :

— modification des caractéristiques du ressort de rappel

— modification du circuit électrique (dont fait partie la bobine électromagnétique) utilisé pour convertir en fréquence la force permettant de ramener le capteur à sa position d'équilibre

— modification de l'ensemble de conversion «fréquence-numérique», etc.

Les mesures permettent de suivre la variation, à des époques différentes de $\frac{\Delta G}{G}$, du coefficient de calibration. Des mesures en des ports différents lors d'une campagne permettront de vérifier la cohérence de l'ensemble de la chaîne de mesure, et éventuellement d'affiner la précision du coefficient.

B.3. LES DÉRIVES

Le tableau page suivante présente les dérives du gravimètre KSS 30 observées à quai et en mer :

Méthodes d'évaluation des dérives

- (1) Observations de référence après correction de marée, le bâtiment demeurant à quai.
- (2) Calcul d'une dérive entre deux ports; la gravité de référence au quai d'accostage a été déterminée par un gravimètre terrestre.
- (3) Calcul d'une dérive entre deux ports; pour l'un la gravité de référence du quai a été déterminée avec un gravimètre terrestre, pour l'autre (quai pétrolier de Tromsø) la gravité a été obtenue par rattachement avec le quai Dampskai de la ville (rattachement assez précis (0,1 mgal)).
- (4) Calcul de la dérive en mer entre deux mesures de référence réalisées au même endroit.

Dates	Lieux	Dérive (mgal)	Dérive par jour (mgal)	Méthode d'évaluation de la dérive
18 – 22 mars	Brest à quai		0,03	(1)
22 mars – 5 avril	En mer : de Brest à Tromsø	Hypothèse	dérive nulle	Détermination du coefficient de calibration
5 avril – 8 avril	Tromsø à quai	0	0	(1)
8 avril – 23 avril	En mer : de Tromsø à Hammerfest	1,68	0,105*	(2)
23 avril – 25 avril	Hammerfest à quai	0	0	(1)
25 avril – 4 mai	En mer : de Hammerfest à Tromsø	- 0,85	- 0,085*	(3)
8 avril – 4 mai	En mer : de Tromsø à Tromsø + escale à Hammerfest	0,83	0,032	(4)
10 mai – 14 mai	Aarhus à quai	0	0	
4 mai – 21 mai	En mer : de Tromsø à Brest + escale à Aarhus	0,75	0,05	(3)
22 mars – 21 mai	Brest – Brest Durée campagne	1,58	0,027	(4)
21 mai – 24 mai	Brest à quai		0,04	(1)

* Valeurs douteuses à Hammerfest

Remarque : les gravités mesurées à Hammerfest tant pour le KSS 5 que pour le KSS 30 sont plus fortes que la gravité de référence du quai (+ 2,3 mgal pour le KSS 5, + 1,16 mgal pour le KSS 30).

Il semble peu probable que les deux gravimètres aient tant dérivé. Par conséquent, la valeur de référence indiquée pour le quai est sans doute trop faible d'au moins 1 mgal.

La remarque et le tableau précédent montrent que la dérive :

— à quai : à Brest, à Tromsø, à Hammerfest, à Aarhus

— en mer : de Brest à Brest ainsi que de Tromsø à Tromsø

est de l'ordre de 0,03 mgal/jour, ce qui est conforme aux spécifications du cahier des charges (0,1 mgal/jour).

B.4. INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE DU LOCAL SUR LA MESURE DE GRAVIMÉTRIE

Des mesures de référence ont été effectuées à Hammerfest (Norvège) du 23 au 25 avril 1982. En intervenant sur le chauffage et la ventilation du local, il a été possible de faire varier la température de 25 °C à 14 °C.

Les variations de température ont été inférieures à 2 °C par heure (maximum 5 °C en 4 heures) ce qui correspond aux spécifications du constructeur.

La gravité corrigée de la marée est restée dans une fourchette de 0,2 mgal. Les fluctuations résiduelles étant en partie dues aux simplifications des corrections de marée (l'attraction lunisolaire a été négligée : marée terrestre).

Il apparaît donc que le gravimètre KSS 30 n'est pas sensible aux variations de températures du local.

Il s'agit là d'une amélioration très nette par rapport au gravimètre KSS 5 qui, dans les mêmes conditions a indiqué des variations de l'ordre de 1 mgal.

B.5. CHOIX DES FILTRES

Le constructeur proposait initialement des filtres numériques de Bessel du 4^e ordre correspondant à des utilisations selon les divers états de la mer. A partir de février 1982, huit autres filtres ont été testés (filtres de Bessel, Butterworth, «Critical Damping»).

Une étude théorique de ces filtres numériques a été réalisée à la MOA permettant de déterminer les caractéristiques des fonctions de transfert (amplitude, déphasage, fréquence de coupure, ainsi que les réponses aux signaux classiques : Dirac, créneaux, rampe, sinusoïde).

Lors des premiers essais en mer, 3 filtres numériques (selon les états de la mer) ont été provisoirement adoptés. Pendant toute la campagne de mesure, seul le filtre indiqué 10 (A) dans la notice d'emploi des gravimètres établis par la MOA a été utilisé.

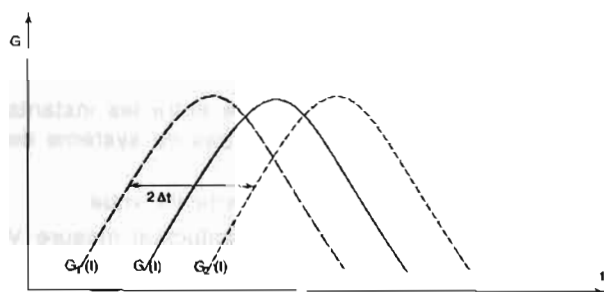
B.6. DÉTERMINATION DU RETARD DÛ AUX FILTRAGES

Indépendamment du résultat de l'étude théorique des filtres numériques proposés par le constructeur, il était important d'étudier la réponse du gravimètre lors des tests de calibration avec la masse additionnelle de même qu'en parcourant une zone à gradient important selon des profils opposés. Les notions de temps de réponse, surtout lorsqu'il s'agit de filtre de degré élevé, n'ont pas dans le cadre des définitions de ce rapport, les significations physiques habituelles.

B.6.1. Méthode des trajets opposés

B.6.1.1. Filtre 10 (A)

Le retard a été déterminé en réalisant des mesures sur un haut-fond le long de deux trajets opposés.



Le premier trajet vers l'Est ($C = 110^\circ$) fournit une courbe de gravité $G_1(t)$ décalée à gauche du haut-fond.

Le deuxième trajet vers l'Ouest ($C = 290^\circ$) fournit une courbe de gravité $G_2(t)$ décalée à droite du haut-fond.

L'écart converti en Δt fournit une indication sur la valeur du retard de restitution de la mesure.

L'essai a été réalisé dans les conditions suivantes :

- Etat de la mer = 4
- Vent = 25 nœuds (de travers)
- Houle = 2,5 à 3 m
- Filtre = A
- Vitesse = 12 nœuds

Le gradient de gravité était en moyenne de 4 mgal par mille.

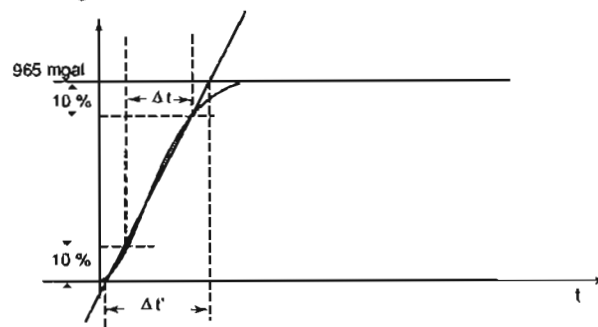
Le déphasage moyen Δt a été évalué à 195 s.

B.6.1.2. Filtre 5

Le retard de restitution déterminé dans des conditions analogues pour ce filtre est : $t = 156$ s = 2 min 36 s

B.6.2. Méthode de calibration avec la masse additionnelle

Le test de calibration avec la masse additionnelle permet également d'étudier la réponse du gravimètre à une variation brusque (créneau) de l'ordre de 965 mgal



Les valeurs Δt et $\Delta t'$ de cette figure sont les suivantes :

N° filtre	$\Delta t'$ (s)	Δt (s)	$T_s(^{\circ})$
0	132,5	87,5	66
1	137,5	81	110
2	147,5	124	175
3	155	145	245
4	162,5	150	245
5	185	167	350
6	130	87,5	66
7	157,5	166	314
8	310	335	785
9	135	87,5	66
10 (A)	214,5	209,5	471
11 (B)	311,5	305,5	785

(*) La quantité $T_s = \frac{1}{f_c}$ est l'inverse de la fréquence de coupure du filtre. Elle est fournie par le constructeur.

B.7. TEST DE RÉPÉTITIVITÉ

Le test a été réalisé sur un haut-fond, en parcourant un même profil, deux fois dans un sens, une fois dans le sens opposé.

La correction EOTVOS a été déterminée grâce à une bonne localisation Loran C. L'erreur de calcul de la correction EOTVOS est environ de 0,2 mgal, soit pour la comparaison des traversiers $2 \times 0,2 = 0,4$ mgal.

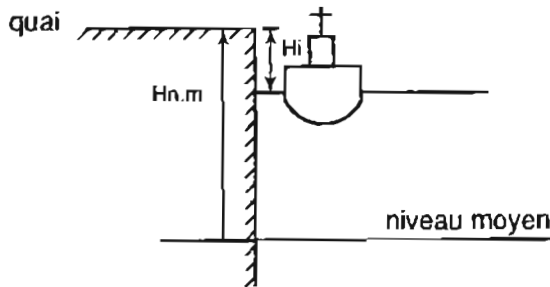
Aucun biais dû au sens du profil n'a été détecté (effet du genre cross coupling dû au défaut d'alignement du gyroscope et de la table).

B.8. SENSIBILITÉ DU GRAVIMÈTRE

Au retour de la campagne de Norvège, la gravité a été mesurée à quai pendant 5 jours.

GV est la gravité enregistrée puis lissée (bruit de 0,05 mgal d'amplitude environ).

Deux corrections ont été appliquées pour tenir compte du phénomène de marée :



Correction d'altitude :

$$C_1 = 0,3086 (H_i - 4,55) \text{ (correction à l'air libre)}$$

Correction d'altitude et de couche d'eau :

$$\begin{aligned} C_2 &= C_1 - 0,0419 (H_i - 4,55) \\ &= 0,2667 (H_i - 4,55) \end{aligned}$$

Les résultats graphiques ont bien montré qu'il faut tenir compte de la tranche d'eau (correction C_2).

La gravité corrigée $GV_2 = GV + C_2$ a fait apparaître un signal périodique résiduel d'amplitude 0,15 mgal déphasé de 2 heures environ avec la marée. La correction de marée gravimétrique n'a pas permis de réduire sensiblement ce signal.

Cela ne signifie pas que le gravimètre n'a pas une sensibilité suffisante pour détecter des accélérations dont l'ordre de grandeur est celle de l'attraction luni-solaire.

En effet, les corrections d'altitude varient parfois rapidement (jusqu'à 0,3 m (0,09 mgal) en 10 min) et peuvent être mal appliquées à cause des problèmes de synchronisation.

B.9. ANALYSE DU SYSTÈME DE COMPENSATION DE GIRATION

B.9.1. Objectif de la compensation de giration

Lors des changements de route et de vitesse, l'acquisition des informations d'estime permet de calculer les accélérations horizontales qui vont compenser par logiciel les accélérations réelles mesurées par les accéléromètres du gyroscope de façon à limiter l'erreur de verticalité de la plate-forme

Lorsque les évolutions sont lentes ou de faible durée, la mesure de gravité reste ainsi exploitable dans une fourchette de précision à déterminer. En outre, lorsque le bâtiment a repris une route stable, ce système de compensation permet de réduire le temps de stabilisation de la mesure.

Les variations d'allure devant être fournies à cadence assez rapide (1s), il a été choisi de transférer vers le gravimètre les informations brutes provenant du loch électromagnétique et du gyrocompas. En effet, les variations à court terme du loch doppler ne sont souvent pas significatives et la vitesse sur le fond déduite des moyens de radiolocalisation n'est pas précise, et elle ne pourrait être restituée qu'avec retard (temps de calcul).

Il est bon de rappeler que dans le cas du gravimètre KSS 5, l'érection du gyroscope est coupée dès que le cap varie de plus de 5° avec une vitesse de $0,3^\circ/\text{seconde}$.

B.9.2. Variation de vitesse

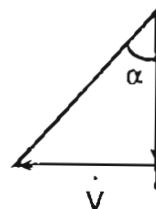
$$\text{Soit } V = \frac{dV}{dt}$$

L'accéléromètre longitudinal du gyroscope mesure \dot{V} .

Imaginons que la vitesse varie entre les instants t_0 et t_1 et que l'on ne dispose pas du système de compensation de manœuvre.

$t < t_0$: le gyroscope donne la verticale vraie

$t_0 < t < t_1$: l'accéléromètre longitudinal mesure \dot{V} et alimente le calculateur d'érection qui corrige la verticale du gyroscope



La verticale est faussée d'un angle :

$$\alpha = \text{Arctg} \frac{\dot{V}}{g}$$

$t > t_1$: $\dot{V} = 0$ on a à nouveau la verticale vraie.

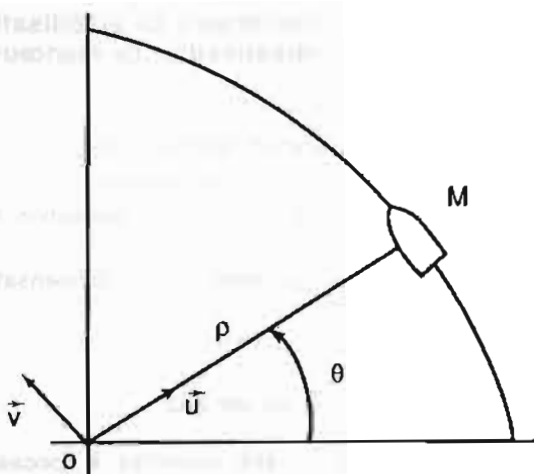
En disposant en permanence de la vitesse V (loch électromagnétique); il est possible de calculer \dot{V} et de l'introduire dans le calculateur d'érection pour compenser l'accélération mesurée par l'accéléromètre.

B.9.3. Cap, girations

En faisant l'hypothèse d'une trajectoire en arc de cercle

$$\overrightarrow{OM} = \rho \vec{u} \quad \frac{d^2 \overrightarrow{OM}}{dt^2} \begin{bmatrix} -\rho \dot{\theta}^2 \\ \rho \ddot{\theta} \end{bmatrix}$$

Soit C le cap du bâtiment $\dot{C} = -\dot{\theta}$



Soit V la vitesse longitudinale du bâtiment $\dot{V} = \rho \ddot{\theta}$

$$\frac{d^2 \overrightarrow{OM}}{dt^2} \begin{bmatrix} V\dot{C} \\ \dot{V} \end{bmatrix}$$

Il est alors possible avec le cap et la vitesse de compenser les accélérations du gyroscope et de le maintenir à la verticale vraie.

B.9.4. Lacets

On appelle lacets les mouvements du navire autour de son cap moyen.

Notations

O : Axe moyen du lacet (point tranquille)

M : Gyroscope

i, j : Axes des accéléromètres

R : Distance entre le point tranquille du bâtiment et le gyroscope

β : Angle entre l'axe du bâtiment et OM

Si l'on admet que le bâtiment se déplace à vitesse constante, avec un cap qui varie de α tel que :

$$\alpha = \alpha_0 \sin \omega t, \text{ avec } \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{RV}$$

On peut montrer que les composantes de l'accélération selon les axes i et j sont :

$$\frac{d^2 \overrightarrow{OM}}{dt^2} \begin{matrix} \vec{i} \\ \vec{j} \end{matrix} = \begin{bmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \end{bmatrix} \left[-R\bar{C}^2 \right]$$

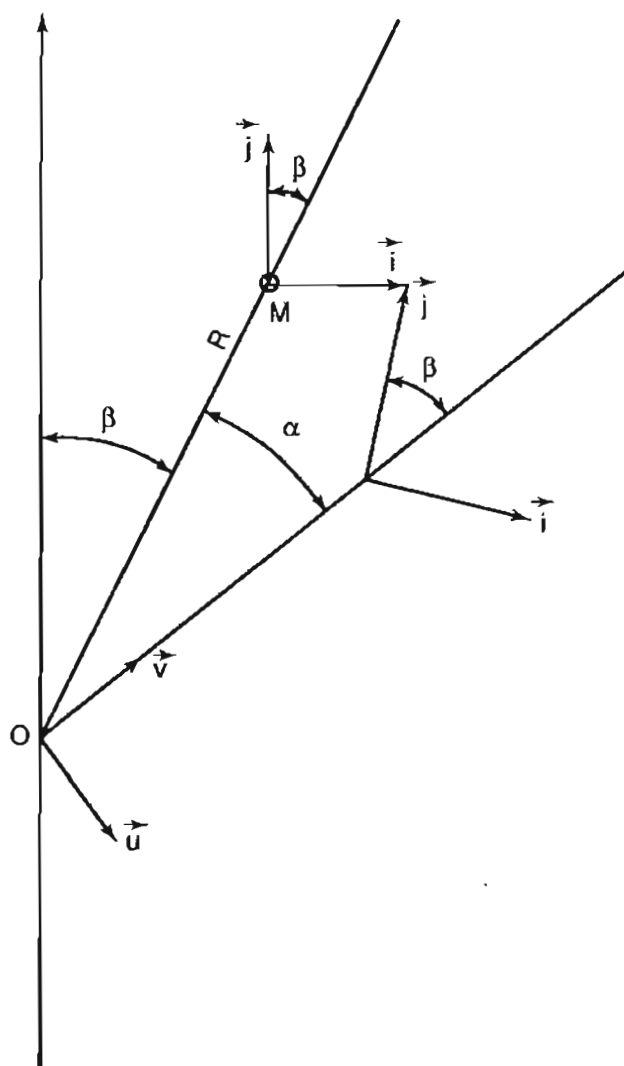
après filtrage tel que

$$\overline{(\bar{C} - C_m)} = 0, \bar{C}^2 = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \omega^2 \alpha_0^2 \cos^2 \omega t dt = \frac{\omega^2 \alpha_0^2}{2}$$

Cette accélération horizontale de moyenne non nulle perturbe la verticale du gyroscope.

La correction peut se faire de deux façons

— soit en corrigeant la mesure de la gravité, de $c = g - g \cos \gamma$



γ étant l'angle entre la verticale vraie et la verticale apparente tel que : $\gamma = \text{Arc tg } \frac{R\bar{C}^2}{g}$

— soit en compensant les accélérations (cette dernière possibilité a été choisie). Chaque accélération doit donc être compensée des valeurs suivantes :

accélération longitudinale : $R\bar{C}^2 \cos \beta$

accélération transversale : $R\bar{C}^2 \sin \beta$

Remarque 1

Avec l'installation des gravimètres KSS 5 et KSS 30 réalisée sur le *D'Entrecasteaux*, R vaut sensiblement 1,2 m et un mouvement de lacet $\alpha = \alpha_0 \sin 2 \pi f t$ nécessite une correction $C = g \{ 1 - \cos [\text{Arc tg } 2 \pi^2 R f^2 \alpha_0^2 / g] \}$

En fonction de α_0 (en degrés) et de f (en hertz), elle prend les valeurs :

$\alpha_0^\circ \backslash f \text{ Hz}$	1	2	3	4	5
1/2	0	0,3	1,3	4,2	10,4
1/5	0	0	0	0,1	0,3
1/10	0	0	0	0	0

Les conditions de mer doivent donc être particulièrement défavorables pour perturber la mesure.

Remarque 2

— Selon la notice du constructeur une correction peut être apportée en RC^2 . Toutefois aucune information n'est fournie pour introduire au clavier du calculateur la valeur de R. En outre rien n'est prévu pour l'angle β .

— Cette correction de lacet est négligeable pour le *D'Entrecasteaux* dans les conditions habituelles. Elle ne le serait pas dans le cas d'un gravimètre utilisé dans un conteneur (distance importante entre le gravimètre et le point tranquille du bâtiment).

Remarque 3

Les oscillations de verticale du capteur couplées aux accélérations horizontales créent l'effet Harrison. La correction de l'effet Harrison doit être prise en compte par le constructeur. Comme toute modélisation n'est jamais totalement parfaite, il faudra toujours rechercher à installer le gravimètre le plus près possible du point tranquille du bâtiment.

B.10. COMPORTEMENT DU GRAVIMÈTRE LORS DES ÉVOLUTIONS ET CHANGEMENTS D'ALLURE

Une série de tests comportant des changements de route et des variations d'allure a été effectuée.

Pour certains tests une comparaison est faite avec le KSS 5 qui ne dispose pas du système de compensation de manœuvre.

L'acquisition des données a été réalisée toutes les dix secondes.

Chaque test a fait l'objet de graphiques dont l'analyse permet d'établir le comportement du gravimètre soumis à une variation de gravité (changement de l'accélération EOTVOS). La stabilisation du capteur a été contrôlée ainsi que les valeurs calculées par le module de compensation de manœuvre. Les conclusions portent également sur le temps pendant lequel aucune mesure n'est exploitable après une giration.

Les conditions de mesures étaient les suivantes :

- mer très calme (1-2)
- vent inférieur à 20 nœuds
- gradient de gravité constant et faible
- zone à fond plat
- vitesse sensiblement égale à 10 nœuds

B.10.1 Résultats concernant la stabilisation du capteur et la compensation de manœuvre

Soient : ACX : Accélération longitudinale

ACY : Accélération transversale

CMPX : Accélération de compensation longitudinale

CMPY : Accélération de compensation transversale

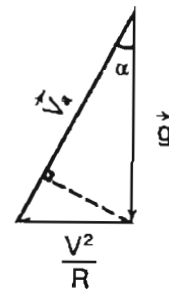
B.10.1.1. Changements de cap

La stabilisation a pu être contrôlée à l'occasion des tests de giration.

Les rayons de giration R étaient d'environ 500 m; la vitesse du bâtiment de 11 nœuds. Soit une accélération transversale

$$\frac{V^2}{R} \cong 6400 \text{ mgal}$$

qui se compose avec g . Sans le système de compensation de manœuvre, le capteur serait stabilisé suivant la verticale apparente V_a .



La mesure effectuée par le capteur serait alors :

$$g \cos \alpha = g \cos \left(\text{Arc tg} \frac{V^2}{Rg} \right)$$

Dans l'essai effectué ceci correspond à une erreur :

$$= g \left(1 - \cos \left(\text{Arc tg} \frac{V^2}{Rg} \right) \right) \cong 21 \text{ mgal}$$

De telles erreurs n'ont jamais été relevées. L'erreur maximale a été de 4 mgal pour les changements de cap inférieurs à 40° et 8 mgal pour des retournements.

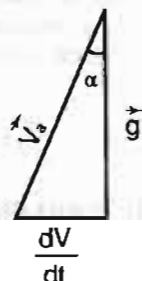
Les accélérations de compensation de manœuvre CMPX et CMPY ont pu être visualisées grâce au calculateur ZE 30.

On constate qu'elles compensent correctement les accélérations ACX et ACY.

Le KSS 30 n'est donc pas dénivélé.

B.10.1.2. Changement d'allure

Sans compensation de manœuvre, le capteur serait stabilisé suivant la verticale apparente V_a .



Ces accélérations sont également correctement compensées.

B.10.2. Temps d'exploitation perdu après une giration

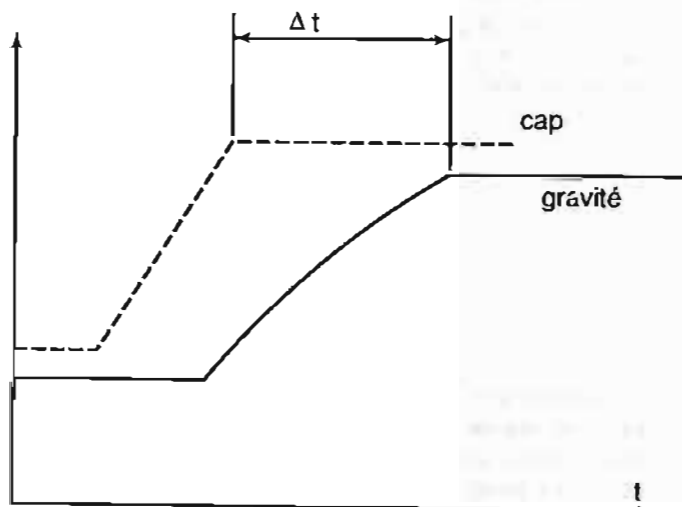
Soit Δt le temps séparant le moment où le bâtiment est sur profil (après giration) et l'instant où la mesure est exploitable.

Le graphique ci-après indique, en fonction du temps, les variations des éléments cap et gravité mesurées.

Les mesures effectuées ont montré qu'après un changement de cap, le KSS 30 est stabilisé plus rapidement que le KSS 5.

En particulier lors d'un retournement, la mesure de gravité est exploitable sans erreur importante 10 min après la fin de giration. Dans les mêmes conditions il faut attendre en moyenne 18 min pour traiter les mesures du KSS 5. Le gain de temps est donc appréciable.

Remarque : L'enregistreur Philips donne pendant la giration, la gravité corrigée de l'effet EOTVOS. Il convient d'être prudent dans l'exploitation de cette donnée : la correction EOTVOS calculée est en effet entachée d'une erreur en présence d'une dérive du bâtiment (cf. § B.11.2.).



B.10.3. Conclusions

Le système de compensation de manœuvre corrige correctement le gyroscope pendant les variations de cap ou d'allure.

Cependant, par rapport au KSS 5, le gain de temps d'exploitation des mesures après un changement de cap tient plus aux améliorations du capteur qu'au système de compensation de manœuvre. En effet, l'analyse des mesures du KSS 5 montre que les temps d'exploitation perdus sont imputables à l'asservissement du moteur de poursuite et non pas aux défauts de stabilisation de la table.

Il faut enfin remarquer qu'en cas de défaillance de la transmission des informations provenant du loch électromagnétique ou du gyrocompas, le gyroscope se positionne suivant la verticale apparente (principe de l'érection). La table sera donc fortement dénivelée, ce qui augmentera sensiblement les temps de stabilisation.

B.11. CORRECTION DE L'EFFET EOTVOS

La procédure classique de calcul de la gravité s'exécute en temps différé en tenant compte au mieux des données de localisation disponibles. Le filtrage des corrections ne permet pas, sauf en prenant des précautions particulières, d'exploiter les mesures de gravité pendant 5 à 10 minutes après un changement de cap.

Cependant, le gravimètre reçoit en temps réel, toutes les secondes, le cap (gyrocompas), la vitesse (loch électromagnétique) et la latitude (Oméga M6). Le calculateur ZE 30 peut corriger ainsi en permanence la gravité de l'effet EOTVOS et fournir cette information sur imprimante ou à toute autre calculateur qui lui serait connecté.

B.11.1. Avantages du module ETV

Le module ETV permet un calcul en temps réel des anomalies, et il permet en outre d'exploiter les mesures lorsque le bâtiment change légèrement de cap (en présence de navire par exemple).

En effet, grâce au système de compensation de manœuvre, le gravimètre est toujours maintenu sensiblement à la verticale. Les variations de mesures pendant les changements de cap étant essentiellement dues aux variations de l'accélération EOTVOS, il est possible avec une bonne précision d'obtenir la gravité corrigée EOTVOS pendant les manœuvres du bâtiment.

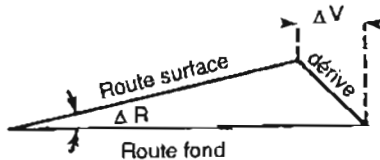
Lors des changements de cap inférieurs à 40° (avec 10° de barre), les écarts de gravité ont été de l'ordre de 1,5 mgal.

Lors des retournements, ils sont plus importants (en moyenne 5 mgal).

B.11.2. Erreur de la correction ETV

Le calcul de la correction ETV utilise la route surface et non pas la route fond. L'erreur de calcul pourra être appréciable si la dérive du bâtiment est importante.

Si la dérive est connue en temps différé, il est possible de calculer son influence sur la détermination de la correction EOTVOS.



$$\Delta C = 0,008 V \Delta V + 7,5029 V \cos \varphi \cos R \Delta R$$

On peut ainsi comparer sur un tronçon d'un profil donné, les valeurs moyennes EOTVOS Estime et EOTVOS Radiolocalisation et déterminer ainsi une correction.

L'introduction au clavier du calculateur des biais gyro et loch, ainsi que des composantes de la vitesse dérive est donc souhaitable.

B.12. VÉRIFICATION DES DIFFÉRENTS TRAITEMENTS DU CALCULATEUR

Le calculateur ZE 30 détermine en temps réel la gravité corrigée ainsi que les anomalies à l'air libre et de Bouguer. La correction EOTVOS est obtenue par traitement du cap fourni par le gyrocompas et de la vitesse mesurée par le loch Ben. Il subsiste donc une erreur due à la dérive du bâtiment et aux biais capteurs.

Par ailleurs, la gravité ne peut être correctement calculée que si le coefficient de calibration affiché sur le calculateur est exact. Les premiers résultats de calibration montrent qu'il faut afficher 0,8014 au lieu de 0,8080.

L'anomalie est calculée en comparant la gravité mesurée avec une gravité normale correspondant à un modèle donné.

$$\text{Anomalie} = g_{\text{ETV}} - g_{\text{normal}}$$

Le SHOM utilise la formule suivante (1930) :

$$g_{\text{normal}} = 978\,049 (1 + 0,0052884 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi)$$

Elle diffère de la formule programmée dans le calculateur qui est :

$$g_{\text{normal}} = 978\,030 + 5\,186 \sin^2 \varphi - 7 \sin^2 2\varphi$$

En pratique l'exploitation définitive des mesures de gravité ne peut être effectuée qu'en temps différé

lorsque la localisation est validée et la correction EOTVOS filtrée.

Toutefois, le tracé en temps réel de l'anomalie fournie par le calculateur ZE 30 peut être utilisé comme moyen de contrôle des sondages en cours.

Enfin, le calculateur ne recevant pas l'information bathymétrique, le calcul de l'anomalie de Bouguer n'a pu être contrôlé.

B.13. SIMULATION D'AVARIES

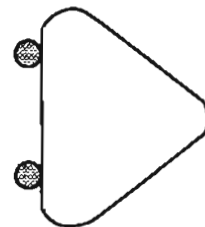
Des simulations de coupure de l'alimentation électrique (50 Hz et 400 Hz), ont été effectuées. Le gravimètre s'est comporté conformément à la notice (blocage, relais assuré par les batteries). Cependant, après la coupure du 220 V, le gravimètre n'a fonctionné que pendant 45 secondes, contrairement aux 20 minutes annoncées dans la notice (batterie ps 30 déchargée).

B.14. PROBLÈMES LIÉS A L'EXCENTREMENT DU GRAVIMÈTRE PAR RAPPORT AU GYROSCOPE

Le gyroscope de la plateforme stabilisatrice est installé à 0,6 m du capteur (contrairement à l'installation du KSS 5 où le gyroscope est suspendu sous le capteur). Le gyroscope du KSS 30 subit donc entièrement les mouvements du bâtiment. Les problèmes de linéarité des synchro-transmetteurs sont donc plus sensibles qu'avec le KSS 5.

Les angles de roulis et de tangage mesurés par les synchro-transmetteurs du gyroscope sont transmis au synchro-récepteur de la table. Si cette dernière n'est pas alignée avec le gyro, les corrections angulaires seront erronées.

Le mode de positionnement actuel du gyroscope par rapport à la table est assuré par deux piges, le gyroscope étant fixé par trois vis.

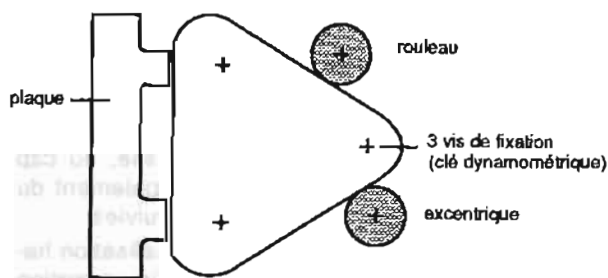


L'alignement du gyroscope par rapport à la table doit être réalisé à mieux que 5 secondes d'arc. Les deux tenons actuels ne permettent pas cette précision mais plutôt 15 à 20 secondes.

Ce défaut d'alignement crée selon le constructeur un cross-coupling : il n'a pu être mis en évidence lors des tests de répétitivité.

Le gyroscope pouvant être démonté pour révision ou pour installation sur un autre bâtiment, il importe de modifier la table pour qu'il soit toujours installé au même endroit.

La fixation et le positionnement après modification chez le constructeur seront assurés comme suit :



Le constructeur dispose de l'appareillage nécessaire permettant de connaître le défaut d'alignement après montage. Les corrections liées à ce défaut pourront être formulées et introduites dans le calculateur.

B.15. OBSERVATION DES NIVEAUX À BULLE EN MER

La position des bulles a été relevée toutes les heures au cours des campagnes. Il ne faut pas attacher trop d'importance à cette mesure : en effet, selon le constructeur, ce n'est pas parce que les bulles sont en butée que la table n'est pas nivelée; les niveaux n'ayant de signification qu'à quai.

Soient :

SLOW I : la bulle du niveau longitudinal

SLOW II : la bulle du niveau transversal

SLOW I = SLOW II = 0 quand le gravimètre est à la verticale vraie à quai.

Le sens du déplacement des bulles est fortement corrélé avec le cap du bâtiment. Les conditions météorologiques variaient assez rapidement sur zone. Il a été remarqué toutefois que : (à titre indicatif)

SLOW I < 0 : quand le vent est travers tribord

SLOW I > 0 : quand le vent est travers bâbord

SLOW II < 0 : quand le vent est travers tribord

SLOW II > 0 : quand le vent est travers bâbord

Remarque 1

Le biais de la mesure dû à un défaut de verticalité α est $g(\cos \alpha - 1)$. Les tests de répétitivité sur profils opposés ne pourraient mettre en évidence ce biais s'il existait (biais identique dans les deux sens).

Des observations à quai ont permis d'établir les écarts suivants :

Ecart de bulle (graduation)	Biais (mgal)
1	-0,1
2	-0,3
3	-0,6
4	-1

Remarque 2

Il a été démontré par ailleurs que les niveaux à bulle ne permettent pas de déterminer l'erreur de verticalité du gravimètre.

L'indication du constructeur sur la non-linéarité des niveaux à bulle en régime dynamique a été confirmée.

Si d'une part, les niveaux à bulle ne sont pas significatifs en mer, si d'autre part aucun accéléromètre n'est lié à la table du gravimètre, il devient impossible de contrôler en mer la verticalité de la plateforme.

B.16. PRÉCISION DES MESURES

Il convient de distinguer en gravimétrie les erreurs dues au gravimètre des erreurs dues à la localisation. Il est d'autre part plus aisé d'exprimer une précision relative qu'une précision absolue.

B.16.1. Erreurs propres au gravimètre

B.16.1.1. Les dérives

L'évaluation du gravimètre a permis de constater des dérives nettement inférieures à 0,1 mgal/jour qui ne doivent donc pas perturber considérablement les mesures.

B.16.1.2. Le pilonnement

Le filtrage de la gravité est linéaire pour des accélérations de pilonnement ne dépassant pas 250 000 mgal ce qui limite une utilisation précise aux conditions de mer suivantes :

T = Période de pilonnement apparente du bâtiment

A = Hauteur crête à crête

T = 10 s ; A = 12 m

T = 6 s ; A = 4 m

Les essais de pilonnement effectués sur le *D'Entrecasteaux* ont prouvé que le mouvement du bâtiment n'était pas du tout sinusoïdal et que les

accélération du double de celles calculées théoriquement étaient possibles. Des erreurs de linéarisation du capteur peuvent apparaître par mer 7 pour une période de 10 s et mer 3 pour une période de 6 s.

B.16.2. Erreur d'exploitation (localisation)

B.16.2.1. Exploitation directe de la gravité corrigée EOTVOS calculée par le gravimètre

Il a été noté (cf. B.11) que l'erreur du calcul de la correction EOTVOS pouvait être importante en utilisant uniquement le gyrocompas et le loch électromagnétique.

Il ne faut donc considérer l'information en temps réel de la gravité corrigée de l'effet EOTVOS qu'à titre indicatif pour détecter rapidement les zones d'anomalies importantes.

B.16.2.2. Exploitation en temps différé

Le calcul de la correction EOTVOS peut se faire après exploitation d'un système de radiolocalisation permettant un calcul précis de la route fond. Il serait sans doute judicieux d'appliquer à la correction EOTVOS, le même filtre numérique que celui appliqué aux mesures du capteur de gravimétrie.

L'exploitation de la gravimétrie dans ce cas ne se fera que lorsque le bâtiment suivra une route stable.

B.16.3. Résultats

La précision du calcul de l'anomalie dépend de plusieurs éléments :

$$\text{Anomalie} = g_{\text{ref}} + \Delta g - g_{\text{normal}} + C_{\text{dérive}} + C_{\text{EOTVOS}}$$

avec

g_{ref} : mesure de référence (calage gravimètre).

Les calages peuvent se faire à mieux que 0,5 mgal si le navire accoste près du quai dont la gravité a été déterminée par un gravimètre terrestre. L'emploi d'un gravimètre terrestre permet de transporter les mesures de référence.

Δg : la mesure du gravimètre d'une précision environ égale à 0,5 mgal par mer calme, à 1 mgal par mer forte et à 2 mgal par mer très forte.

(A titre indicatif, les caractéristiques du gravimètre KSS 5 étaient de : 1 mgal par mer calme, 3 mgal par mer forte et inexploitable par mer très forte).

g_{normal} : la gravité correspondant au modèle de comparaison = $978\,049 (1 + 0,0052\,984 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi)$

φ	erreur correspondant a une incertitude de 0,1' de φ
20°	0,10 mgal
50°	0,15 mgal
70°	0,10 mgal

$$\Delta g_{\text{normal}} = 978\,049 (2 (0,0052\,884) \sin \varphi \cos \varphi - 4 (0,0000059 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi)) \Delta \varphi = (10\,344 \sin \varphi \cos \varphi - 23 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi) \Delta \varphi$$

$C_{\text{dérive}}$ = correction de dérive (déterminé à environ 0,1 mgal)

$$C_{\text{EOTVOS}} = (0,008V + 7,5029 \cos \varphi \sin R) \Delta V + (7,5029 V \cos \varphi \cos R) \Delta R + (7,5029 V \sin \varphi \sin R) \Delta \varphi$$

La précision dépend donc de la vitesse, du cap et de la latitude; par conséquent, principalement du système de localisation et des routes suivies.

Lors de l'utilisation des moyens de localisation habituels, les incertitudes sur la valeur de la correction EOTVOS peuvent être les suivantes :

Estime : 2 à 5 mgal

(avec Transit ou Oméga)

Loran C : 0,5 à 1 mgal

Toran : 0,1 à 0,5 mgal

État mer \ Système de localisation	État mer		
	Calme 0 - 2	Forte 3 - 5	Très forte 6 - 7
Estime (+ Transit)	3 à 6 mgal	3,5 à 6,5 mgal	4,5 à 7,5 mgal
Loran C	1,5 à 2 mgal	2 à 1,5 mgal	3 à 3,5 mgal
Toran Trident	1 à 1,5 mgal	1,5 à 2 mgal	2,5 à 3 mgal

B.17. COMPARAISON DU KSS 5 ET DU KSS 30

La comparaison des mesures des deux gravimètres sur zone de travail a été réalisée.

Pour chaque zone, 50 points ont été comparés :

Zone	État de la mer	Moyenne des écarts KSS 5 - KSS 30	Écart-type
1	2 à 4	-0,1	4,6
2	4 à 5	-2,4	2,6
3	4 à 5	-1,9	3,2

De toute évidence, le KSS 30 a donné de bien meilleurs résultats en particulier quand la mer était forte.

B.18. EMPLOI DU GRAVIMÈTRE

Le gravimètre KSS 30 est facile à mettre en œuvre. Le contrôle de son fonctionnement peut se faire à l'occasion de rondes, si l'imprimante est installée au P.C. Scientifique. Le quart au gravimètre n'est donc pas obligatoire car pour toute avarie, le blocage de la table est automatique.

B.19. ESSAIS COMPLÉMENTAIRES

Tous les essais ont été réalisés avec le filtre 10 (A) dont l'effet de lissage est important. Ce filtre a donné de bons résultats par mer forte. Son utilisation par mer calme est sans doute inadaptée. Le lissage dû au filtre doit être réduit au minimum pour mettre en évidence de faibles anomalies gravimétriques. Le constructeur propose de nombreux filtres à expérimenter. Pour chacun d'entre eux, il est nécessaire de déterminer le retard de restitution de façon théorique d'une part, et en utilisant la méthode des trajets opposés d'autre part.

B.20. AMÉLIORATIONS A ENVISAGER

B.20.1. Traitement des mesures

En 1982 l'information gravimétrie était introduite au clavier des systèmes Hytrai après dépouillement

manuel. La fusion avec la localisation, le filtrage de la correction EOTVOS permettaient de calculer et de tracer automatiquement les valeurs de gravité corrigée et d'anomalie à l'air libre.

Le stockage de l'information brute, en temps réel, sur cassette magnétique nécessitera l'extension des chaînes de traitement (transposition du lissage manuel en algorithme).

B.20.2. Aménagements électriques

Une alarme sonore installée au P.C. Scientifique permettra d'alerter le chef de quart de toute anomalie détectée dans le système de mesure.

B.21. CONCLUSIONS

Le gravimètre KSS 30 a fourni de très bons résultats dès que les informations cap et vitesse ont été introduites toutes les secondes dans le calculateur.

Par mer forte, son fonctionnement a été bien supérieur à celui du KSS 5. Il faut toutefois rappeler que les essais ont été réalisés à bord du *D'Entrecasteaux*, où le gravimètre est installé dans le local tranquille du bord, endroit privilégié où les mouvements du bâtiment sont minimisés.

La mission Norvège n'aura cependant par permis d'étudier toutes les possibilités de ce nouveau gravimètre, en particulier tous les filtres numériques proposés par le constructeur.

ANNEXE TECHNIQUE C
L'AUTOMATISATION DES TRAVAUX
DE LA MISSION OCÉANOGRAPHIQUE DE L'ATLANTIQUE (MOA)
AU 1^{er} MAI 1982

par

l'Ingénieur Principal de l'Armement Gaillard

C.1. GÉNÉRALITÉS

L'implantation à la MOA des calculateurs de bureau a vu naître une deuxième ère de développement de l'informatique, pour la réalisation de levés et leur exploitation. Le débarquement définitif du Satad lors de l'indisponibilité du *D'Entrecasteaux* en décembre 1981 a marqué la fin d'une époque, caractérisée par une appréhension des utilisateurs devant la machine, des soucis permanents de maintenance et surtout un matériel ou plutôt des matériels essentiellement utilisables par des spécialistes.

Le développement du Satad aura permis de former des programmeurs de valeur, de concevoir des méthodes de traitement, de coder un nombre important de programmes, de permettre maintenant de développer des applications opérationnelles dans des délais très courts.

Le plein emploi des calculateurs de bureau n'a pu être réalisé à la MOA qu'avec l'apparition de l'outil graphique, c'est-à-dire la table traçante de grand format Benson. C'est en Martinique que l'utilisation du calculateur HP 9845 a connu son véritable essor, en permettant à la mission d'obtenir un stade d'autonomie important pour la préparation des travaux (mappes de radiolocalisation, programmes d'étalonnage, transformation de systèmes géodésiques, etc.) ainsi que pour la rédaction de projections de construction puis de minutes de bathymétrie (canal de la Dominique) et de gravimétrie (Guadeloupe, GEBCO).

Une deuxième étape de progrès est apparue avec l'utilisation de microprocesseurs gérant les différents capteurs et délivrant au calculateur des mesures préformatées. Ce sont les Navac, Tridac, Hydroboucle, etc. L'acquisition automatique des mesures de localisation, de bathymétrie, de gravimétrie, de courantométrie Doppler, permet d'éliminer cette tâche quotidienne de saisie au clavier, tâche souvent génératrice d'erreurs plus ou moins faciles à corriger. Les mesures transmises sont traitées en temps réel

(principalement la localisation) ce qui offre des moyens de contrôle efficaces : dimension des cha-peaux, détection des sauts des lieux de radiolocalisation, visualisation des routes suivies. L'archivage à cadence rapide accroît la finesse des résultats et permet le développement de nouvelles études : détermination des courants superficiels et subsuperficiels, évaluation de nouveaux matériels (gravimètre par exemple), étalonnage rapide et précis des systèmes de radiolocalisation, filtrage de la navigation, condensation et choix de sondes sur profils... La disponibilité de données sur support magnétique peut faciliter les traitements comme la représentation du fond en trois dimensions, le tracé automatique des isobathes, l'exploitation des fichiers à différentes échelles.

A partir de mars 1981, les minutes de construction de la MOA ont été obtenues automatiquement.

Il en a été de même des minutes de gravimétrie et des tracés de mesures hydrologiques.

Par contre, le problème est beaucoup plus délicat pour la bathymétrie, même dans le cas des sondages réguliers.

Les difficultés sur lesquelles ont buté tous les services hydrographiques sont bien connues :

- Numérisation au niveau du récepteur.
- Définition d'algorithmes de choix et de condensation de la sonde
- Correction de pilonnement

Dans l'attente du numériseur de sondes (qui a été mis en service en mars 1982), et surtout d'algorithmes de choix de sonde validés, la MOA a procédé de la façon suivante pour les sondages grands fonds à petite échelle (1:200 000) :

- Top sondeur toutes les n minutes ($n = 1$ le plus souvent)
- Dépouillement manuel de la sonde et introduction de la valeur dans le calculateur
- Tracé automatique d'une première épreuve de la minute
- Complément en salle de dessin par adjonction des sondes caractéristiques.

Pour les sondages petits fonds, en l'absence de moyen de correction du pilonnement (capteur ou algorithme), la méthode suivante a été testée puis adoptée :

- Lissage du pilonnement et choix de sonde manuels sur la bande de sondage.
- Numérisation de ce choix de sonde sur calculateur.
- Numérisation de la marée.
- Fusion «sonde-marée», corrections d'étalement et de vitesse du son.
- Fusion avec la localisation et tracé de la minute d'écriture.

Cette procédure s'est montrée rentable pour les sondages du canal de la Dominique et ceux de Lorient. Deux semaines auront été nécessaires à un opérateur moyennement qualifié, pour réaliser les 3 minutes d'écriture du sondage régulier de la région de Lorient (numérisation, contrôle de la numérisation, fusion, corrections, tracé). Le traitement manuel aurait nécessité huit semaines pour 1 officier marinier hydrographe. Il importe donc que chaque mission automatisée dispose d'une table de numérisation.

Par ailleurs, le dernier élément livré par le Centre de Calcul de l'EPSHOM est tout à fait remarquable. Il s'agit de l'ensemble suivi des profils comprenant un logiciel sophistiqué, ainsi qu'un indicateur droite-gauche sous forme numérique et analogique. Son utilisation permet pour tout sondage de choisir la direction des profils indépendamment des lieux de radiolocalisation disponibles. Certaines conditions de trafic, la météorologie ou tout simplement la morphologie du relief imposent parfois un tel choix.

Pendant toute cette année de mise au point et d'utilisation des applications informatiques, le seul objectif de la MOA a été de mettre en place les moyens permettant d'apporter une aide à la rédaction des documents graphiques.

L'expérience acquise permet de formuler les suggestions suivantes :

- Le système de suivi des profils doit équiper en permanence la MOA. Pour qu'il soit totalement efficace, il serait souhaitable que le calculateur temps réel dispose au moins d'une table traçante plate (1 au P.C., 1 éventuellement à la passerelle) du type HP 9872 ou de format supérieur.

- Une seule base de temps est nécessaire pour les différents calculateurs temps réel ainsi que pour le toppeur de l'ensemble des enregistrements analogiques.

- Une table de numérisation est indispensable.

- Le calculateur principal doit être équipé d'une unité de disquettes (voire de disques durs). En effet, les cassettes magnétiques sont coûteuses, manquent de fiabilité et les temps d'accès sont parfois trop longs.

- La table Benson 1302, utilisée en temps différé, est souvent trop lente pour la charge d'exploitation. L'implantation d'une deuxième table d'un modèle 1312 ou 1322 serait souhaitable.

C.2. PROGRAMMES DISPONIBLES

Dans ce paragraphe ne figure qu'une liste des programmes les plus importants utilisés par la MOA avec éventuellement quelques commentaires sur la formulation mathématique ainsi que les fonctions essentielles.

L'ensemble des programmes de localisation permet de travailler dans les systèmes de projection : UTM, Lambert, Mercator.

C.2.1. Programmes d'aide à la préparation des travaux

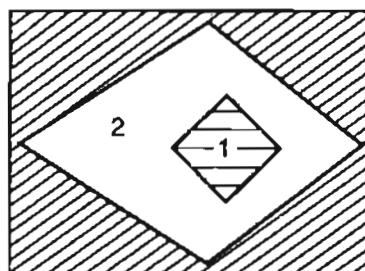
C.2.1.1. Tracés de cadres

Toutes les versions pour les systèmes géodésiques courants et les projections Mercator, Lambert, MTU existent. Ces cadres peuvent se présenter sous deux formes selon qu'ils concernent les préparations (ou les constructions) ou les minutes de bathymétrie et de gravimétrie.

Afin que le carroyage ne chevauche pas la zone redigée, un tri polygonal est disponible.

Un tri polygonal a pour objet d'exclure tout tracé à l'intérieur ou à l'extérieur d'un assemblage de polygones convexes.

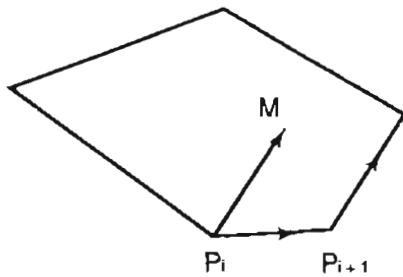
Exemple : Sur la figure jointe l'écriture ne pourrait pas se faire à l'intérieur du polygone n° 2 sauf dans la zone intérieure au polygone n° 1.



Le test d'appartenance à l'intérieur d'un polygone est le suivant :

Le polygone est défini par l'ensemble des vecteurs \vec{P}_j, \vec{P}_{j+1} décrits dans le sens trigonométrique. Pour qu'un point M soit à l'intérieur de ce polygone,

il suffit que l'ensemble des produits vectoriels $\vec{P_i P_{i+1}} \wedge \vec{P_i M}$ soient positifs.



C.2.1.2. Tracés de cartes de radiolocalisation

Les tracés de cartes existent dans les versions Mercator, MTU, Lambert pour l'ensemble des systèmes radioélectriques utilisés (Toran, Trident, Syledis, Loran C, Oméga, Rana P17...).

C.2.1.3. Calculs géodésiques

Calculs de triangulation : calcul des dV, réduction des distances, calcul du point.

Transformations de systèmes géodésiques : ce programme est l'équivalent du programme GEOD de l'EPSHOM, avec en plus l'utilisation de la formule de Molodensky pour le calcul direct en coordonnées géographiques du changement d'ellipsoïde.

C.2.1.4. Étalonnage des systèmes de positionnement

Ce programme est la transposition en langage Basic du programme de navigation hybride à 8 lieux, mis au point par le Centre de Calcul de l'EPSHOM. Des aménagements ont été nécessaires pour l'introduction des données ainsi que la présentation des résultats. Ces lieux pouvant être des lieux optiques, on mesure alors tout l'intérêt de cette application lors des campagnes aux Antilles.

Dans le calcul, chaque lieu est caractérisé par un indice de validation et par un coefficient de pondé-

ration. Un lieu non validé ne sera pas pris en compte pour le calcul du point, mais l'écart entre la valeur lue et la valeur au point adopté donnera l'indication de la correction d'étalonnage.

Le coefficient de pondération, exprimé dans l'unité d'acquisition de la mesure (1" pour l'optique, 1 µs pour le Loran C, 1 hyperbole pour le Toran ou l'Oméga, 1 m pour le Trident et le Syledis...) doit avoir la signification de l'incertitude du lieu. Exemple : si les 3 lieux suivants : 1 Toran, 1 Trident, 1 lieu optique, de précision respective 0,03 phase, 5 m, 10" sont utilisés pour le calcul de point, les coefficients de pondération devraient avoir les valeurs P1 = 0,03; P2 = 5; P3 = 10.

C.2.1.5. Calculs statistiques d'étalonnage

Ce sont des programmes utilitaires servant à trier les informations selon la zone, la période, l'heure UT du jour ainsi qu'à obtenir les listages et les tracés selon des standards bien définis.

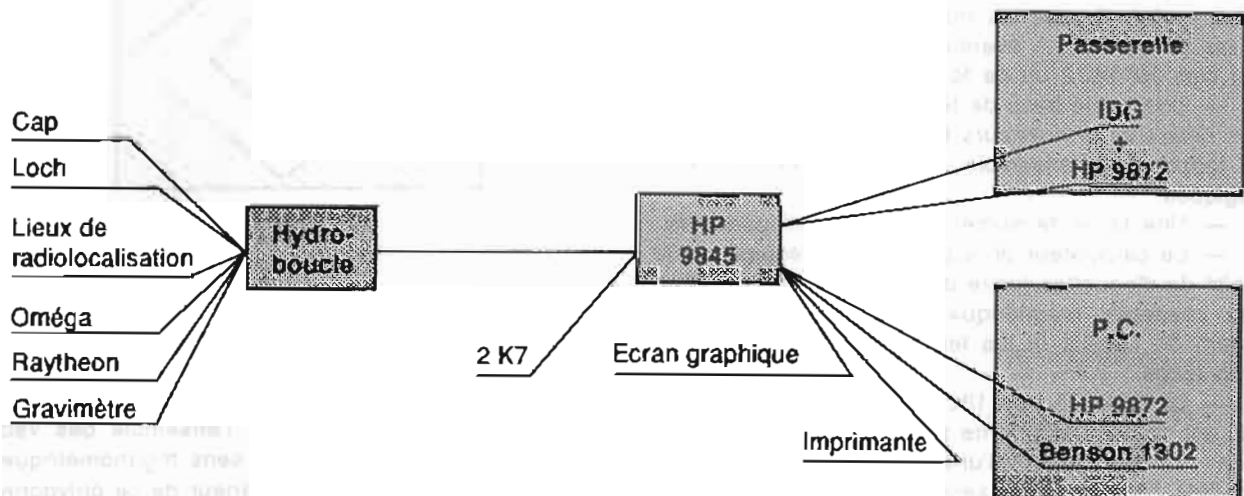
C.2.1.6. Programmes divers

- Calcul de la salinité et de la vitesse du son.
- Bibliothèque mathématique : calculs de régression linéaire, polynomiale, exponentielle, sous-programmes permettant de travailler en nombres complexes.
- Etalonnage de l'Oméga et du Loran C par des points JMR.
- Evaluation du récepteur JMR : estimation des dérivées de fréquence. Etude de corrélation entre la précision du point et les paramètres de réception.

C.2.2. Programmes utilisés en temps réel

Il en existe plusieurs versions selon le système de projection et les moyens de localisation adoptés ainsi que le type de microprocesseur utilisé (Navac, Hydroboucle...).

La version la plus complète est la suivante :



La fiche d'utilisation jointe présente les différents paramètres sur lesquels peut intervenir l'opérateur en cours de sondage; parmi les plus importants, on peut citer :

— Les indicateurs de validation qui permettent de sélectionner ou de désélectionner un réseau ou d'en charger un nouveau.

— Les précisions et les corrections.

— Le mode recalage automatique : il est utilisé surtout en localisation Toran ou Loran C pour détecter les sauts d'hyperbole. Un signal sonore prévient l'opérateur de toute détection de saut. En mode automatique, la correction est prise en compte pour la suite du sondage. Dans l'autre mode le réseau est invalidé jusqu'à ce que l'opérateur intervienne.

— Les paramètres de tracé et d'archivage.

— Le recalage de l'estime.

— La cadence des tops et l'archivage.

— Le filtrage du suivi de profil.

— Les paramètres du suivi du profil : définition du profil, début et fin.

La méthode de calcul du point consiste à linéariser les équations au point approché, puis à résoudre de manière itérative par la méthode des moindres carrés :

ϕ_i = phase lue

C_i = correction de phase

ϕ_{1i} = phase lue au point approché

P_i = précision du lieu

$A_i = \frac{\partial \phi_i}{\partial L}$ phase/radian

$B_i = \frac{\partial \phi_i}{\partial G}$

$\left. \begin{array}{l} LA \\ GA \end{array} \right\} = \text{point approché}$

$\left. \begin{array}{l} dL \\ dG \end{array} \right\} = \text{inconnues}$

La linéarisation donne :

$$\frac{1}{P_i} \cdot (\phi_i + C_i - \phi_{1i}) = \frac{1}{P_i} \cdot (A_i \cdot dL + B_i \cdot dG)$$

Si

$$\frac{\phi_i + C_i - \phi_{1i}}{P_i} = C_i$$

$$\frac{A_i}{P_i} = a_i$$

$$\frac{B_i}{P_i} = b_i$$

Le système est représenté par i équations à 2 inconnues (dL , dG)

$$C_i = a_i \cdot dL + b_i \cdot dG$$

$$\text{d'où } \delta = \sum a_i^2 \cdot \sum b_i^2 - (\sum a_i \cdot b_i)^2$$

$$dL = \frac{1}{\delta} \cdot [\sum b_i^2 \cdot \sum a_i C_i - \sum a_i b_i \cdot \sum b_i C_i]$$

$$dG = \frac{1}{\delta} \cdot [\sum a_i^2 \sum b_i C_i - \sum a_i b_i \cdot \sum a_i C_i]$$

Les itérations se poursuivent jusqu'à ce que $|dL| + |dG|$ soit inférieur à une valeur fixée à l'avance (ex : 10^{-7} radian). Si le nombre d'itérations dépasse 5, le calcul est abandonné et le point invalidé.

C.2.3. Programmes de traitement en temps différé

C.2.3.1. Localisation

— Validation de la localisation : la localisation peut être rejouée en modifiant les réseaux reçus, les corrections, les précisions, ainsi que les contrôles par rapport à l'estime.

— Tracé des minutes de construction : comme pour le tracé des cadres, un tri polygonal peut être utilisé pour limiter la zone d'écriture (limite de recouvrement de levés ou d'échelles de levé). Le traitement tient compte du décalage entre la base du sondeur et les antennes (ou le poisson) de localisation.

— Filtrage de la localisation : il s'agit de programmes utilisés pour la localisation «Estime-Loran C» qui pourraient être développés pour d'autres systèmes de radiolocalisation. Deux méthodes sont utilisées :

Filtrage de Kalman

Filtre en Z

C.2.3.2. Bathymétrie

— Pour les sondages à petite échelle (1:200 000) la sonde étant introduite en temps réel, le programme effectue un choix de sondes très sommaire ainsi que le tracé.

— Pour des sondages côtiers à grande échelle la méthode utilisée est la suivante :

Numérisation de la marée.

Numérisation du choix de sonde.

Contrôle du choix de sonde par superposition du tracé Benson et de la bande de sonde.

Application des corrections de marée, de vitesse du son, du tirant d'eau et d'étalonnage.

Fusion «localisation-sonde».

Lorsque la densité surfacique des sondages est trop importante pour obtenir une minute d'écriture lisible, un choix de sonde est effectué à l'écran graphique puis le tracé est obtenu sur la table Benson.

C.2.3.3. Gravimétrie

— Saisie des données issues du dépouillement manuel : gravité corrigée du cross coupling, correction de bulles, dérive journalière, gravité de référence (date et valeurs), prise en compte éventuelle des sauts.

— Lissage (éventuel) de la correction EOTVOS fournie par la localisation. Application du temps de retard pour chaque gravimètre.

— Calcul et tracé du champ de pesanteur et de l'anomalie à l'air libre.

C.2.3.4. Calcul des courants de dérive

Les courants de dérive peuvent être obtenus comme sous-produit de l'application du filtre de Kalman ou du traitement particulier suivant :

Soient pour chaque profil ZF_i , ZE_i respectivement la vitesse fond et la vitesse estimée, exprimées en nombres complexes. Soient k , ZD respectivement les biais ($k = k_0 e^{i\delta\theta}$, k_0 = biais loch, $\delta\theta$ = biais gyro) et la dérive.

k peut être déterminé de deux façons :

— En résolvant les 2 équations à 2 inconnues pour 2 profils consécutifs en sens inverse :

$$ZF_i = kZE_i + ZD$$

$$ZF_{i+1} = kZE_{i+1} + ZD$$

$$k = \frac{ZF_i - ZF_{i+1}}{ZE_i - ZE_{i+1}}, \quad ZD = ZF_i - kZE_i$$

et en examinant la cohérence des valeurs de k .

— Soit en résolvant pour une longue période de sondage les n équations à 2 inconnues (en cas de courant permanent) ou à 1 inconnue (en cas de courant de marée dont l'effet moyen est supposé nul sur une longue période) par la méthode des moindres carrés.

Dans le deuxième cas :

$$k = \frac{\sum ZB_i \overline{ZF_i}}{|\sum ZB_i \overline{ZB_i}|}$$

C.2.3.5. Courantomètre Doppler

A partir des résultats du calcul des courants de surface, un vecteur de correction est déterminé et appliqué à chaque sous-couche. Le gradient de courant ainsi obtenu fait l'objet d'un listage et d'un tracé graphique.

C.3. PERSPECTIVES

L'automatisation atteint maintenant un stade très intéressant à la MOA. Elle permet d'une part d'obtenir les documents définitifs dans des délais plus courts, d'autre part d'avoir une densité d'informations sur support magnétique facilitant le développement des études.

Comme on l'a vu précédemment, des progrès sont certainement à réaliser pour ce qui concerne l'automatisation du traitement de la bathymétrie. La méthode employée pour le sondage côtier à grande échelle est sûre et fait gagner un temps très appréciable par rapport aux méthodes traditionnelles. Elle a le désavantage de ne pas profiter des possibilités d'acquisition automatique de la sonde. Il semble raisonnable d'envisager encore deux étapes qui devront être franchies prudemment :

— à court terme, l'adoption d'un algorithme de choix de sonde sur profil qui permettra d'automatiser totalement les sondages grands fonds ainsi que les exploitations à petite échelle d'un fichier créé à grande échelle (passage du 1:20 000 au 1:50 000),
— l'automatisation de la correction de pilonnement soit par capteurs, soit par algorithmes.

Les remarques précédentes devraient contribuer à une mise en œuvre rapide des premières réalisations des Hydrac ou Hydroboucle destinées aux vedettes. Toutes les contraintes de ces projets (volume d'information, cadence d'acquisition) sont en effet liées à la numérisation de la sonde. Il devient urgent, parce que rentable, que le prélèvement automatique de localisation soit réalisé. Il suffirait d'équiper un Navac d'une unité d'enregistrement réexploitable sur HP 9845 ou Tektronix.

La prochaine campagne du *D'Entrecasteaux* aux Antilles devrait profiter de tous les développements du matériel et du logiciel. Il est vraisemblable que deux configurations informatiques seront nécessaires l'une restant à bord du bâtiment, l'autre équipant la base du détachement à terre. Les 2 calculateurs existent déjà (HP 9845, Tektronix Hytrai). Il serait souhaitable d'acquérir une seconde table Benson, la charge d'exploitation justifiant cet achat.

Par ailleurs, a été démontrée l'utilité d'une table plate aussi bien à la passerelle qu'au PC scientifique, associée à l'indicateur de profil, pour la facilité du contrôle des travaux.

E R R A T U M
aux
ANNALES HYDROGRAPHIQUES
(4^e série, tome 12, années 1963-1964)

p. 75, 3^e ligne, lire : à la cote 1,86 m, au lieu
de : à la cote 1,99 m

L O U I S - J E A N
avenue d'Embrun, 05003 GAP cedex
Tél. : 92.53.17.00
Dépôt légal : 911 — Novembre 1991
Imprimé en France

AVIS AUX AUTEURS

Les auteurs sont priés de se conformer aux indications suivantes :

Texte

1) Les manuscrits doivent être remis dactylographiés de préférence avec double interligne et sur le recto seulement de feuilles format 21 × 29,7 cm.

2) Les noms propres, les noms de lieu et les noms d'instruments doivent être écrits en bas de casse (minuscules) avec la première lettre en capitale (majuscule).

Par exception à la règle ci-dessus, les noms propres sont écrits en capitales dans la bibliographie.

Les noms de navires, les références à des ouvrages et les noms des espèces animales ou végétales doivent être écrits en italique ou soulignés d'un trait continu.

3) Le titre de l'article ou de la communication doit être suivi du prénom usuel et du nom du ou des auteurs, il doit comporter ensuite l'indication du laboratoire ou de l'institution d'origine.

4) Les articles doivent être accompagnés d'un résumé en français et en anglais.

5) Les références bibliographiques seront groupées à la fin du manuscrit ; elles seront classées dans l'ordre d'apparition dans le texte. Ces références comporteront : nom de l'auteur, initiales des prénoms, date, titre complet de l'article, titre du périodique abrégé selon les règles internationales, volume, pagination complète.

6) Les manuscrits dactylographiés et les planches ne doivent pas excéder 25 pages.

Illustration

1) Les dessins doivent être exécutés à l'encre de Chine sur papier calque de préférence, sinon sur bristol ou carte grattage (les tirages Ozalid, photocopies ou tout autre moyen de reproduction ne peuvent être acceptés).

2) Ils doivent être envoyés roulés ou à plat, mais jamais pliés.

3) Ils peuvent être présentés à grande échelle ; des réductions, exécutées par l'atelier de photographie, les ramèneront au format exigé de la publication : 16,5 × 25 cm ; ils ne devront en aucun cas être présentés à une échelle nécessitant un agrandissement. Lettres et chiffres seront écrits soigneusement et suffisamment grands pour qu'ils demeurent facilement lisibles une fois la réduction effectuée. Il est demandé de tenir compte dans la préparation des planches de la présentation du texte sur deux colonnes.

4) Pour les cartes et plans, il convient de faire figurer une échelle linéaire dont l'unité de mesure sera évidemment indiquée, et de ne pas mentionner d'échelle numérique susceptible d'être modifiée par réduction du cliché.

Tirés à la suite

Les auteurs d'une même communication reçoivent collectivement vingt-cinq exemplaires de leur article. Les tirés à la suite supplémentaires doivent être commandés à l'envoi du manuscrit en précisant le nombre d'exemplaires ainsi que l'adresse à laquelle doivent être envoyées les factures.

SOMMAIRE

	Pages
L'Ingénieur Général Hydrographe (CR) Guy Chatel (1906-1990) par M.J. BOURGOIN	3
Première partie	
Etude analytique d'un modèle des marées littorales à l'aide des multiplicités bicaractéristiques. Troisième partie (C) : problème de Riemann-Goursat : solutions régularisables par morceaux. Problème fondamental des marées littorales, par MM. Y. BIOLLAY, Ecole Polytechnique Fédérale, Lausanne (Suisse) et J. KRAVTCHENKO, Université Scientifique et Médicale, Grenoble	9
Synthèse des résultats des campagnes de calibration du SNR Loran C, par MM. M. LE GOUIC, Ingénieur Principal de l'Armement et C. LE VISAGE, Ingénieur de l'Armement	31
Evaluation des marégraphes Suber en présence de courants forts, par MM. M. HUET et B. LEBRETON, Ingénieurs Principaux des Etudes et Techniques d'Armement, C. BATANY et J.C. KERINEC	37
Evaluation des marégraphes Suber en présence de courants forts. Suite : évaluation d'un atténuateur de dépression, par MM. B. LEBRETON et H. DOLOU, Ingénieurs Principaux des Etudes et Techniques d'Armement, C. BATANY et J.C. KERINEC	45
Deuxième partie	
Mission Océanographique de l'Atlantique (13 décembre 1980 - 13 juin 1982), par M. M. BOULARD, Ingénieur en Chef de l'Armement (hydrographe)	57